

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»**



**НАВЧАЛЬНО-НАКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ
ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра електропривода**

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

**ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ З ДИСЦИПЛІНИ «ЕНЕРГОЕФЕКТИВНІ
АВТОМАТИЗОВАНІ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНІ ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА
СИСТЕМИ ШИРОКОГО ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ»**

спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Дніпро
НТУ «ДП»
2021

Садовой О.В. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни «Енергоефективні автоматизовані електротехнічні та електромеханічні комплекси та системи широкого технологічного призначення» для здобувачів освітньо-наукової програми третього рівня вищої освіти (підготовка докторів філософії) спеціальності 141-Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка. – Д. : НТУ «ДП», 2021. – 36 с.

Укладач: О.В.Садовой, д.т.н., професор

Коротка анотація видання. У методичних вказівках наведено комплекс методичних розробок до виконання практичних робіт з дисципліни «Енергоефективні автоматизовані електротехнічні та електромеханічні комплекси та системи широкого технологічного призначення» для здобувачів третього (першого наукового) рівня вищої освіти спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка.

Погоджено рішенням методичної комісії спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (протокол № 20\21-05 від 10.03.2021).

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. ЗМІСТ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ.....	4
Практична робота 1. Варіаційні методи синтезу і розв’язання класичної задачі аналітичного конструювання регуляторів.....	4
Практична робота 2. Модифікований принцип симетрії в розв’язанні задач аналітичного конструювання лінійних та релейних керувань.....	6
Практична робота 3. Траєкторія руху релейних систем в ковзному режимі. Робастні властивості систем керування в ковзному режимі.....	10
Практична робота 4. Структурно-алгоритмічний синтез систем оптимальної стабілізації електроприводів постійного струму.....	14
Практична робота 5. Структурно-алгоритмічний релейних синтез систем векторного керування асинхронними короткозамкненими двигунами.....	21
Практична робота 6. Структурно-алгоритмічний синтез систем векторного керування асинхронними двигунами за схемою машини подвійного живлення.....	25
Практична робота 7. Структурно-алгоритмічний синтез систем керування та оптимізація енергетичних показників АВК.....	30
Практична робота 8. Енергоефективні електромеханічні системи в технологічних процесах та промислових агрегатах.....	33
Інформаційні ресурси.....	35

ВСТУП

Метою практичних занять є закріплення та поглиблення знань, отриманих здобувачами третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка при вивченні дисципліни «Енергоефективні автоматизовані електротехнічні та електромеханічні комплекси та системи широкого технологічного призначення», надання практичних навиків з розрахунку та теоретичних досліджень таких комплексів і систем, поглиблення знань з окремих розділів теоретичного курсу. Зокрема, закріплюються такі розділи дисципліни: Варіаційні методи синтезу систем оптимального керування, прямий метод Ляпунова, задача аналітичного конструювання регуляторів (АКР), особливості розв'язання задачі АКР, принцип симетрії, ідея модифікації принципу симетрії, функціонали якості та лінійні керування, функціонали якості та релейні керування, фазові траєкторії релейних систем, ковзний режим, основні властивості систем в ковзному режимі, рівняння динаміки електроприводів постійного струму, алгоритмічний синтез релейних регуляторів для ЕП в різних фазових просторах, структурна реалізація синтезованих алгоритмів керування, статичні властивості релейних систем оптимальної стабілізації, побудова областей існування стійкого ковзного режиму, аналітичний огляд асинхронних електроприводів з векторним керуванням, математичні моделі процесів електромеханічного перетворення енергії в АЕП, синтез асинхронного електропривода з розривним полеорієнтованим керуванням, синтез АЕП з низькою чутливістю до впливів збурення в режимах позиціонування та стеження, математичні моделі асинхронного двигуна з фазним ротором, синтез та реалізація алгоритмів керування асинхронними електроприводами за схемою машини подвійного живлення, формування оптимальних режимів перетворення енергії в ЕП за схемою машини подвійного живлення, оптимізація енергетичних показників асинхронного вентильного каскаду, використання ковзних режимів у системі оптимізації потоків реактивної потужності асинхронного вентильного каскаду, уніфіковані векторно-керовані електроприводи змінного струму, автоматизовані електроприводи турбомеханізмів, автоматизовані ЕМС парових котлоагрегатів, автоматизовані ЕМС кульових барабанних млинів, пристрої виявлення та усунення буксування валків прокатного стану.

ЗМІСТ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Практична робота 1. Варіаційні методи синтезу і розв'язання класичної задачі аналітичного конструювання регуляторів

Концепція збуреного – незбуреного руху і вчення О.М.Ляпунова про стійкість лягли в основу більшості методів синтезу систем оптимального керування, і їх основні поняття і положення використовуються в подальшому при розробці нової методології структурно - алгоритмічного синтезу систем керування електроприводами, стійкими при необмеженому збільшенні коефіцієнта підсилення. Завданням заняття є отримання розуміння фізичного поняття надлишкового запасу енергії та впливу його на поведінку системи керування.

Для систем керування, динаміка яких описується диференціальними рівняннями збуреного руху, функціонал задає мету керування, яка характеризується видом функції

Основна задача варіаційного обчислення - відшукування функцій, що доставляють екстремум функціоналу. Сенсом такої задачі є відшукування функції, що доставляє мінімум функціоналу

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F(x, \dot{x}, t) dt$$

при закріплених граничних точках припустимих функцій $x(t_0) = x_0$ та $x(t_1) = x_1$. Відповідь на це запитання дає рівняння Ейлера

$$\frac{\partial F(x, \dot{x}, t)}{\partial x} - \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial F(x, \dot{x}, t)}{\partial \dot{x}} = 0.$$

Екстремалі функціоналів слід шукати серед розв'язань цього рівняння.

До сучасних методів варіаційного числення, позбавлених недоліків рівняння Ейлера, відноситься принцип максимуму Л.С.Понтрягіна та метод динамічного програмування Беллмана.

Одним з найбільш ефективних методів дослідження стійкості руху є прямий метод Ляпунова, який часто називають другим методом Ляпунова. Цей метод заснований на побудові і дослідженні функцій Ляпунова, пошук яких в теорії керування найчастіше здійснюється в класі позитивно - визначених квадратичних функцій

$$V = \sum_{i,k=1}^n v_{ik} \eta_i \eta_k, v_{ik} = v_{ki}.$$

Для визначення позитивної визначеності квадратичних форм використовують критерій Сильвестра, відповідно до якого квадратична форма є позитивно-визначеною, якщо всі головні діагональні мінори матриці її коефіцієнтів v_{ik} позитивні.

В основу прямого методу Ляпунова покладені дві теореми.

1. Теорема Ляпунова про стійкість руху. Якщо для диференціальних рівнянь збуреного руху можна знайти позитивно-визначену функцію V , повна похідна за часом якої в силу цих рівнянь буде негативною знакопостійною функцією, то незбурений рух стійкий.

2. Теорема Ляпунова про асимптотичну стійкість. Якщо для диференціальних рівнянь збуреного руху можна знайти позитивно-визначену функцію V , повна похідна якої за часом в силу цих рівнянь буде негативно-визначеною функцією, то незбурений рух асимптотично стійкий.

Фізично функцію Ляпунова можна ототожнювати з надлишковою енергією, запасеною системою на траєкторіях збуреного руху, порівняно з запасом енергії на траєкторіях незбуреного руху. Якщо надлишкова енергія системи постійно зменшується, про що свідчить негативність похідною функції Ляпунова, то зменшуються сили, що викликають відхилення істинного руху від незбуреного. При цьому досліджувана система повертається на траєкторії незбуреного руху незалежно від того, чим були викликані початкові відхилення.

Аналітичне розв'язання задачі про оптимальну стабілізацію лінійних стаціонарних об'єктів при квадратичному функціоналі якості було запропоновано О.М.Льотовим, яким були вказані шляхи подолання труднощів розв'язання крайових задач. Цей напрям одержав назву аналітичного конструювання регуляторів. Завдяки ясній постановці задачі і конструктивним результатам даний метод став поширеним інструментом синтезу оптимальних керувань для різних класів об'єктів. Одночасно з О.М.Льотовим дослідження в цьому напрямі проводилися Р. Калманом і в зарубіжних джерелах отримали назву лінійно - квадратичної оптимізації. Тому задачі АКР ще називається задачею Льотова - Калмана. Кожен зі згаданих підходів має свої особливості, проте обидва розв'язання призводять до аналогічних результатів, що свідчить про коректну постановку задачі синтезу.

Задача аналітичного конструювання регуляторів в постановці Льотова-Калмана може бути розв'язана тільки чисельно і не має строгого аналітичного розв'язання в загальному вигляді, що ускладнює аналіз властивостей синтезованих систем.

Спрощення обчислювальних процедур при розв'язанні задачі АКР запропоновано А.А.Красовським. Відповідно до цього методу шукана функція Ляпунова має вигляд матричного рівняння

$$V(\eta) = \frac{-1}{\Delta} \begin{vmatrix} 0 & \eta_1^2 & \dots & 2\eta_1\eta_n & \eta_2^2 & \dots & 2\eta_i\eta_k & \dots & \eta_n^2 \\ -0,5w_{11} & c_{11,11} & \dots & c_{1n,11} & c_{22,11} & \dots & c_{ik,11} & \dots & c_{nn,11} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{1n} & c_{11,1n} & \dots & c_{1n,1n} & c_{22,1n} & \dots & c_{ik,1n} & \dots & c_{nn,1n} \\ -0,5w_{22} & c_{11,22} & \dots & c_{1n,22} & c_{22,22} & \dots & c_{ik,22} & \dots & c_{nn,22} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -w_{ik} & c_{11,ik} & \dots & c_{1n,ik} & c_{22,ik} & \dots & c_{ik,ik} & \dots & c_{nn,ik} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -0,5w_{nn} & c_{11,nn} & \dots & c_{1n,nn} & c_{22,nn} & \dots & c_{ik,nn} & \dots & c_{nn,nn} \end{vmatrix}$$

де $c_{ij,kl}$ - виражаються через дійсні коефіцієнти диференціальних рівнянь збуреного руху об'єкта керування та підпорядковані співвідношенням:

$$c_{ij,kl} = c_{ji,kl} = c_{ji,lk};$$

$$c_{ij,kl} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j \neq k \neq l; \\ b_{ik} & \text{при } j = l; i \neq k; \\ b_{ii} + b_{kk} & \text{при } i = k; j = l; i \neq j; \\ b_{ii} & \text{при } i = j = k = l. \end{cases}$$

Коефіцієнт функції Ляпунова v_{ik} визначаються за формулами Крамера

$$v_{ik} = \frac{\Delta_{ik}}{\Delta},$$

де Δ - мінор, що відноситься до елемента першої строки і першого стовпця визначника Δ_{ik} - алгебраїчні додатки елементів першої строки того ж визначника, що містять добуток $\eta_i\eta_k$.

Таке розв'язання дозволяє виразити коефіцієнти v_{ik} в явному вигляді через коефіцієнти диференціальних рівнянь збуреного руху b_{ik} і вагові коефіцієнти функціонала w_{ij} . В результаті цього алгоритм керування виражається в аналітичній формі через параметри об'єкта керування та функціоналу якості.

Мета практичної роботи полягає у встановленні фізичного сенсу методів розв'язання варіаційних задач.

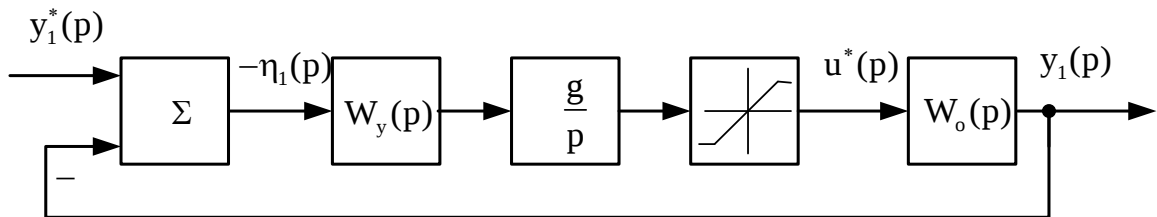
Практична робота 2. Модифікований принцип симетрії в розв'язанні задач аналітичного конструювання лінійних та релейних керувань.

Принци симетрії формулює загальні положення визначення керуючих впливів, які забезпечують рух системи призначеною траєкторією. Виходить, що операції формування шуканого керування зворотні відповідним операціям, які визначають структуру математичної моделі керованого об'єкта. Інтегруванню в математичній моделі об'єкта відповідає диференціювання в алгоритмі керування, додаванню відповідає віднімання, множенню - ділення. В кінці вихідна u^* і вхідна y_1^* змінні структурної схеми алгоритму керування уявляють собою відповідні обернені змінні u , y_1 математичної моделі керованого об'єкта. Таким чином, структурна схема керуючої частини системи може бути отримана на основі структурної схеми об'єкта керування в результаті обернення операцій і відповідних змінних.

Іншими словами, передавальна функція керуючої частини системи зворотна передавальній функції керованого об'єкта. В результаті цього еквівалентна передавальна функція розглянутої розімкненої системи дорівнює одиниці, що визначає умову ідеального

відтворення заданої траєкторії руху $y_1 = y_1^*$. Така умова виявляється реалізованою лише в тому випадку, коли має місце скорочення нулів і полюсів передавальних функцій об'єкта керування $W_0(p)$ і керуючого пристрою $W_y(p)$. Звідси випливає, що відтворення заданих траєкторій руху в розімкнутих системах, побудованих на основі принципу симетрії, можливо лише для стаціонарних об'єктів з замороженими параметрами при відсутності зовнішніх збурень. Для реальних електромеханічних об'єктів розглянутий принцип керування в розімкнутій системі позбавлений сенсу.

Використання властивостей симетрії теоретично дозволяє побудувати безінерційну замкнуту систему керування, а при $g \rightarrow \infty$ забезпечити рівність одиниці передавальної функції такої системи. Отже, керуюча частина системи повинна повністю компенсувати власну динаміку об'єкта керування і забезпечити ідеальне відтворення ступеневого задавального діяння. В реальних електромеханічних об'єктах це можливо лише при наявності джерела енергії необмеженої потужності, що є фізично нереалізуємим. Тому модифікуємо замкнуту систему шляхом введення до її складу інтегруючої ланки, яка забезпечує формування реально досяжних граничних динамічних характеристик в замкнутому стані і в разі необхідності - усунення статичної помилки при обмеженому коефіцієнті підсилення. Крім того, врахуємо обмеження граничного значення керуючого впливу шляхом включення до відповідного місця прямого каналу підсилення системи функції обмеження sat (saturation). В результаті отримаємо систему, структурна схема якої наведена на рисунку. У такій системі керуючий вплив $u(p)$, що безпосередньо надходить на вхід об'єкта керування, дорівнює оптимальному керуванню $u^*(p)$, якщо $|u^*(p)| \leq 1$ і $u(p) = \pm 1$ в іншому випадку.



Модифікована система з інтегральною складовою

Розглянемо передавальну функцію замкненої системи коли $u(p) = u^*(p)$, тобто коли керуючий вплив на вході об'єкта не досяг рівня обмеження

$$\Phi(p) = \frac{y_1(p)}{y_1^*(p)} = \frac{\frac{g}{p} W_y(p) W_0(p)}{1 + \frac{g}{p} W_y(p) W_0(p)}.$$

При дотриманні умови $W_y(p) = [W_0(p)]^{-1}$ передавальна функція перетвориться до вигляду

$$\Phi(p) = \frac{y_1(p)}{y_1^*(p)} = \frac{1}{\frac{1}{g}p + 1}.$$

Іншими словами, замкнута система автоматичного керування (САК) еквівалентна аперіодичній ланці першого порядку з постійною часу $T=1/g$. Таким чином, вибором коефіцієнта підсилення регулятора g можна забезпечити протікання перехідного процесу переводу системи з початкового положення $\eta_1(0)$ в початок координат $\eta_1 = 0$ на кінце-

вій стадії з необхідною інтенсивністю. Якщо ж задавальний вплив $y_1^*(t)$ як функція часу являє собою відтворювану траєкторію, при відпрацюванні якої на будь-якій ділянці керуючий вплив $u_1^*(t)$ не досягає рівня обмеження, то розмикання системи не відбувається і вона веде себе як астатична система першого порядку. Ідеальне відтворення таких незбурених рухів з нульовою помилкою може бути здійснено в ковзному режимі, коли $g \rightarrow \infty$, а функція sat трансформується в функцію sign .

Керуючий вплив

$$U = -\text{sat} \frac{M_n}{c} \sum_{i=0}^n v_{in} \eta_i = -\text{sat} \frac{g}{M_n} \left[\left(\frac{v_{0n}}{p} + v_{1n} + v_{2n}p + \dots + v_{(n-1)n}p^{(n-2)} + v_{nn}p^{(n-1)} \right) \eta_1 \right]$$

мінімізує квадратичний функціонал якості

$$I = \int_0^\infty \left(\sum_{i,k=0}^n w_{ik} \eta_i \eta_k + c_j U_j^2 \right) dt, \quad w_{ik} = w_{ki},$$

гарантуючи при цьому експоненціальний характер керованого руху регульованої змінної

$\eta_1 = -\exp\left(\frac{c}{M_n^2} t\right)$ при ступінчастій зміні задавального впливу $y_j^*=l(t)$ і забезпечуючи

системі астатичні властивості за рахунок наявності в своєму складі інтегральної складової $\eta_0 = \eta_1/p$.

В алгоритмі керування v_{in} є коефіцієнтами функції Ляпунова для замкнутої системи автоматичного керування (САК), яка являє собою позитивно визначену квадратичну форму

$$V(\eta) = \sum_{i,k=0}^n v_{ik} \eta_i \eta_k, \quad v_{ik} = v_{ki},$$

коефіцієнти якої відповідають критерію Сільвестра і пов'язані з параметрами об'єкта керування (2.14) співвідношеннями

$$\hat{v}_{ik} = a_{(i+1)} a_{(k+1)}, \quad (i, k = 0, 1, \dots, n).$$

Якщо $i=n$ або $k=n$, то $a_{(i+1)}$ або $a_{(k+1)}$ приймають значення, рівні 1.

Вагові коефіцієнти функціонала якості і при цьому однозначно визначаються через коефіцієнти функції за формулою

$$\hat{w}_{ik} = \frac{M_n^2}{c_j} \hat{v}_{in} \hat{v}_{kn} = \hat{g}_j \hat{v}_{in} \hat{v}_{kn}.$$

Динаміка будь-якого електромеханічного об'єкта керування може бути описана системою диференціальних рівнянь збуреного руху в формі Коші

$$p\eta_i = \sum_{k=1}^n b_{ik} \eta_k + m_n U, \quad (i=1, \dots, n),$$

де $\eta_i = y_i - y_i^*$ - відхилення координат реального руху системи y_i від бажаного y_i^* ; b_{ik} , m_i - постійні коефіцієнти; U - керуючий вплив.

У найзагальнішому випадку коефіцієнти b_{ik} і m_n відомі або легко обчислюються на підставі паспортних даних ОК. Вони характеризують параметри електромеханічних систем (ЕМС), до яких відносяться постійні часу і коефіцієнти підсилення. Якщо зміна

цих параметрів не виходить за межі діапазону, що допускає безаварійну роботу ЕМС, то при синтезі систем керування коефіцієнти b_{ik} і m_n можуть бути прийняті постійними і відповідними номінальним параметрам ОК, тому що такі зміни не приводять до порушення стійкості керованого руху.

Закон керування вигляду

$$U = -\text{sat}\left(\frac{m_n}{c} \sum_{i=0}^n v_{in} \eta_i\right) = -\text{sat}\left(\frac{m_n}{c} \sum_{i=0}^n v_{in} \eta_i\right),$$

який реалізується регулятором j -ої змінної, мінімізує квадратичний функціонал якості

$$I_j = \int_0^\infty \left(\sum_{i,k=0}^n w_{ik} \eta_i \eta_k + c_j U_j^2 \right) dt, \quad w_{ik} = w_{ki},$$

гарантуючи при цьому експонентний характер керованого руху регульованої змінної

$\eta_j = -\exp\left(\frac{c_j}{m_j^2} t\right)$ при ступінчастій зміні задавального впливу $y_j^* = l(t)$ і забезпечуючи

замкнутій системі астатичні властивості за рахунок наявності в своєму складі інтегральної складової $\eta_0 = \frac{1}{p} \eta_j$. Коефіцієнтами алгоритму керування є коефіцієнти функції Ляпунов

$$V(\eta) = \sum_{i,k=0}^n v_{ik}^j \eta_i \eta_k, \quad v_{ik}^j = v_{ki}^j,$$

які пов'язані між собою співвідношеннями

$$v_{ik}^j = \frac{v_{in}^j v_{kn}^j}{v_{nn}^j}, \quad (i, k = 0, 1, 2, \dots, n).$$

Функція Ляпунова являє собою позитивно визначену квадратичну форму, коефіцієнти якої відповідають критеріям Сільвестра.

Коефіцієнти v_{in}^j , v_{kn}^j , v_{nn}^j , які входять до керуючого впливу визначаються відповідно мінорами i -их, k -их або n -их елементів j -го стовпця визначника коефіцієнтів

$$\Delta = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2j} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mj} & \dots & b_{mn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{(n-1)1} & b_{(n-1)2} & \dots & b_{(n-1)j} & \dots & b_{(n-1)n} \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nj} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

за формулою

$$v_{in}^j = (-1)^{i+n} (-1)^{j+1} M_{ij}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Коефіцієнт v_{0n} при інтегральній складовій в законі керування дорівнює

$$v_{0n} = (-1)^n \Delta$$

не залежно від номера регульованої змінної.

Вагові коефіцієнти функціоналу однозначно зв'язані з коефіцієнтами функції Ляпунова співвідношеннями

$$w_{ik} = \frac{m_n^2}{c_j} v_{in}^j v_{kn}^j = g_j v_{in}^j v_{kn}^j.$$

Теоретично вичерпне розв'язання задачі керування в умовах дії параметричних і координатних збурень, які змінюються в широкому діапазоні, дає ідея побудови систем, стійких при необмеженому збільшенні коефіцієнта підсилення. Необхідний результат при подібному підході досягається при збільшенні коефіцієнта підсилення до нескінченності при використанні в якості виконавчих елементів релейних регуляторів, які працюють в ковзних режимах.

Закон керування вигляду

$$U_j = -\text{sign} \left(m_n \sum_{i=0}^n v_{in}^j \eta_i \right).$$

реалізований регулятором j -ої змінної, мінімізує інтегральний функціонал якості

$$I_j = \int_0^\infty 2 \left| \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^n m_i v_{ik}^j \eta_k \right| dt,$$

гарантуючи при цьому в ковзному режимі експоненціальний характер керованого руху регульованої змінної при ступінчастій зміні задавального впливу $y_j^* = l(t)$ і забезпечуючи замкнутій системі астатичні властивості за рахунок наявності в своєму складі інтегральної складової $\eta_0 = \frac{1}{p} \eta_j$. Коефіцієнтами алгоритму керування є коефіцієнти функції Ляпунова

пунова

Якщо до електроприводів не пред'являються підвищені вимоги до статичних властивостей, із законів керування можуть бути виключені інтегральні складові. Тоді алгоритм керування вигляду

$$U_j = -\text{sign} \left[\sum_{i=1}^n m_i \frac{\partial V}{\partial \eta_i} \right] = -\text{sign} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n m_i v_{ik}^j \eta_j \right]$$

здійснює в ковзному режимі переміщення регульованої змінної з початкового положення в кінцеве по траєкторії, близькій до експоненціальної, доставляючи мінімум інтегральному квадратичному функціоналу

$$I_j = \int_0^\infty 2 \left[\sum_{i=1}^n v_{oi}^j \eta_i \eta_j + \left| \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n m_i v_{ik}^j \eta_k \right| \right] dt,$$

на траєкторіях руху системи

В алгоритмі керування коефіцієнти v_{ik}^j є коефіцієнтами функції Ляпунова.

Практична робота 3. Траєкторія руху релейних систем в ковзному режимі. Робастні властивості систем керування в ковзному режимі.

Сталий режим роботи релейних систем автоматичного керування є автоколивальним. Окремим випадком такого режиму є ковзний режим. Розберемо його виникнення на простому прикладі. Нехай задана автоматична система з ідеальним релейним регулятором, рівняння динаміки якої мають вигляд

$$p^2 x = k_1 x_2,$$

$$x_2 = F(x) = c \text{sign } x_1,$$

$$x_1 = -x - x_{33} = -(1 + k_{33} p)x$$

Ці рівняння можливо представити у вигляді

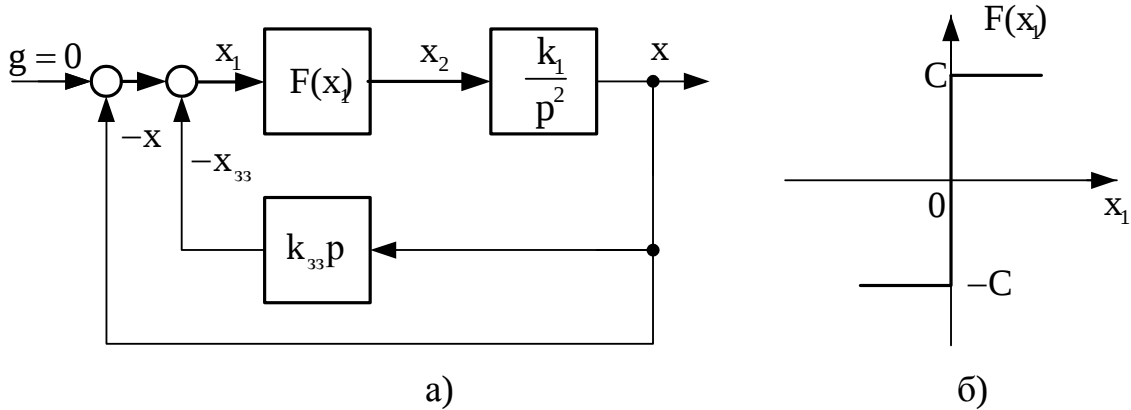
$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = -k_1 c \operatorname{sign}(x + k_{oc} y).$$

Підсигнатурний вираз в цьому рівнянні має назву функції перемикачів:

$$s = (1 + k_{33} p)x = x + k_{33} y = -x_1.$$

Умовою перемикачів релейного регулятора є проходження нульового значення його вхідною величиною x_1 , що еквівалентно рівності функції перемикачів нулю:

$$s = 0.$$



Система другого порядку з ідеальним регулятором

Це рівняння визначає на фазовій площині безліч точок, при попаданні в які фазових траєкторій системи регулятор повинен здійснити перемикачів. Ця множина є прямою з рівнянням

$$y = -\frac{1}{k_{33}} x.$$

Така пряма називається лінією перемикачів. Нахил прямої визначається виключно коефіцієнтами функції перемикачів. Диференціальне рівняння фазових траєкторій для побудови їх на фазовій площині отримаємо

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{k_1 c}{y} \operatorname{sign}(x + k_{oc} y).$$

Знак правої частини рівняння визначається результатом операції sign , тобто знаком функції перемикачів. Праворуч від лінії перемикачів (3.8) має місце нерівність $s > 0$. Тому рівняння фазових траєкторій (3.11) набуде вигляду

$$y dy = -k_1 c dx,$$

звідки

$$y^2 = -2k_1 c x + C_1.$$

Таким чином, фазові траєкторії даної системи - це параболи, гілки яких спрямовані в негативну сторону осі x . Положення вершини параболи визначається довільною постійною C_1 , тобто початковими умовами перехідного процесу $x(t_0)$, $y(t_0)$. Ці параболи зображені на рисунку праворуч від лінії перемикачів. Напрямок руху зображає точки M , що зображує, по параболам визначається колишнім правилом.

Зліва від лінії перемикачів має місце нерівність $s < 0$, і рівняння фазових траєкторій має вигляд

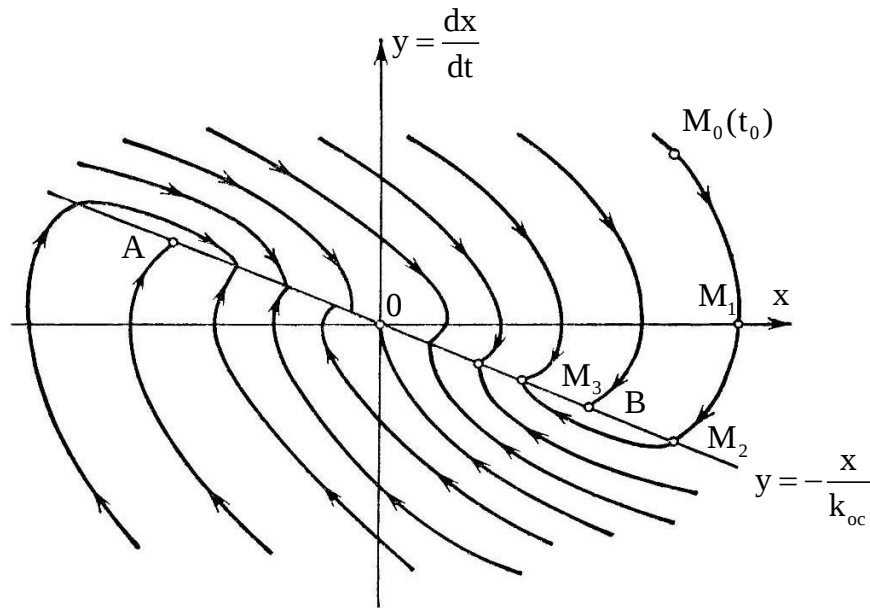
$$y dy = k_1 c dx,$$

тоді

$$y^2 = 2k_1 c x + C_2.$$

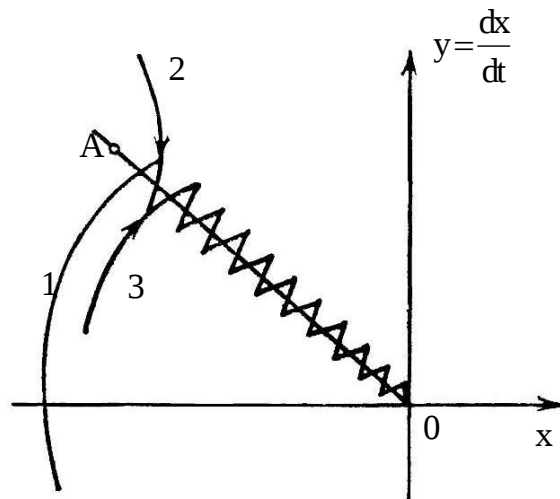
Ці параболи також зображені на рисунку. Видно, що на відрізку лінії перемикачів AB фазові траєкторії зустрічаються, впираючись в цей відрізок. Рисунок показує всі мо-

жливі траєкторії системи. Конкретні криві визначаються початковим станом очки, що зображує, (наприклад, M_0), який задає значення постійних інтегрування C_1, C_2 .



Фазові траєкторії і лінія перемикання

Відштовхуючись від загального вигляду фазових траєкторій, розглянемо рух системи в деякому окремому випадку. Нехай процес йде по фазовій траєкторії 1, яка зображена на наступному рисунку. Як тільки фазова траєкторія перетне лінію перемикання ОА, вступить в свої права фазова траєкторія 2, яка поверне процес до відрізка ОА. Але тут зустрінеться фазова траєкторія 3 і так далі. У результаті точка, що зображує, шляхом вібрацій близько лінії перемикання переміститься до початку координат О. Такий хід процесу відповідає перемиканням релейного елемента з великою частотою. Теоретично частота перемикання нескінченна, а амплітуда вібрацій, що зображені на рисунку, прагне до нуля.



Траєкторії руху в кожному режимі на фазовій площині

Отже, теоретично точка, що зображує, ковзає по лінії перемикання до початку координат, тобто до стану рівноваги. Такого роду процес називається ковзним, а режим роботи релейної системи автоматичного керування - ковзним режимом. Лінію на цій підставі називають також лінією ковзання.

Як випливає з представленого прикладу побудови траєкторії ковзного режиму, необхідною умовою його існування, крім виконання умови перемикавання, є рух по ділянках фазових траєкторій, спрямованим до лінії ковзання, а не від неї. Для цього нахил дотичної до параболічної траєкторії, що проходить через деяку точку лінії перемикавання, повинен перевищувати нахил самої лінії, а в граничних точках дотичні до парабол збігаються з лінією перемикає. Знайдемо положення кінців відрізка ковзного процесу А і В на фазовій площині. Умова рівності коефіцієнтів нахилу можна записати у вигляді

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{k_{33}};$$

тоді з рівнянь фазових траєкторій отримаємо для точок А і В умову у вигляді

$$-\frac{k_1 c}{y_A} = -\frac{1}{k_{33}},$$

звідки знайдемо:

$$y_A = k_1 c k_{33};$$

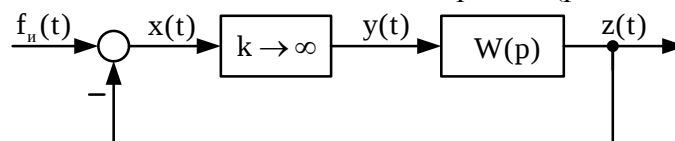
$$\frac{k_1 c}{y_B} = -\frac{1}{k_{33}},$$

або:

$$y_B = -k_1 c k_{33}.$$

Отже, відрізок ковзного процесу АВ тим більший, чим більше коефіцієнти підсилення прямого кола.

Релейний регулятор в ковзному режимі можна розглядати як граничний випадок нелінійного елемента типу насичення. Нелінійна система прагне до релейної при прагненні нахилу характеристики $k = \tan \alpha$ до нескінченності в початковій точці, тобто при властивих ковзному режиму гранично малих значень вхідного сигналу. За навіть дуже малої відмінності керуючого сигналу регулятора $x(t)$ від нуля керуючий вплив $y(t)$ за абсолютною величиною постійно змінює знак зі зміною знака керуючого сигналу, що і дозволяє говорити про прагнення до нескінченності коефіцієнта підсилення, визначеного як відношення кінцевого вихідного сигналу до нескінченно малого вхідного. Тоді оцінка властивостей релейного системи в ковзному режимі зводиться до дослідження характеристик лінеаризованої системи, одержуваної з релейної заміною релейного елемента лінійним підсилювачем, коефіцієнт підсилення якого необмежено зростає (рис. 3.10).



Лінеаризована система з нескінченним коефіцієнтом підсилення

Стійкість лінеаризованої системи визначається розташуванням полюсів її передавальної функції або коренями відповідного їй характеристичного рівняння. Для того, щоб лінеаризована система була стійкою, необхідно і достатньо, щоб всі полюси її передавальної функції (або всі корені відповідного характеристичного рівняння) мали негативні дійсні частини при необмеженому зростанні k . Передаткова функція замкнутої системи щодо $y(t)$ дорівнює

$$K_K(p) = \frac{k}{1 + kW(p)}$$

або, так як

$$W(p) = \frac{P(p)}{Q(p)},$$

то

$$K_K(p) = \frac{k Q(p)}{Q(p) + k P(p)}.$$

Звідси отримаємо характеристичне рівняння

$$Q(p) + k P(p) = 0,$$

або

$$\frac{1}{k} Q(p) + P(p) = 0.$$

Тут $Q(p)$ і $P(p)$ - багаточлени ступенів n і m відповідно, причому завжди ступінь m не перевищує ступеня n .

Якщо спрямувати k до нескінченності, то m коренів рівняння будуть прагнути до коренів рівняння $P(p)=0$. Це рівняння можна розглядати як характеристичне рівняння так званої граничної системи, отриманої з вихідної в межі при $k \rightarrow \infty$.

Практична робота 4. Структурно-алгоритмічний синтез систем оптимальної стабілізації електроприводів постійного струму.

При проектуванні систем керування склад силової частини електропривода (ЕП), тобто тип і параметри електродвигуна і підсилювача - перетворювача потужності, як правило, розраховані і обрані заздалегідь. Тоді задача синтезу зводиться до визначення структури і параметрів змінної частини системи, а оптимізуючий функціонал і допустимі керування задаються з урахуванням типу застосовуваного підсилювача потужності.

У переважній більшості випадків рух об'єкт керування - силової частини ЕП постійного струму за схемою керований перетворювач - двигун може бути описана системою лінійних диференціальних рівнянь

$$p\varphi = k_n \omega_d;$$

$$p\omega_d = \frac{R_y}{C\Phi T_m} i_d;$$

$$p i_d = -\frac{C\Phi}{R_y T_y} \omega_d - \frac{1}{T_y} i_d + \frac{1}{R_y T_y} E_n;$$

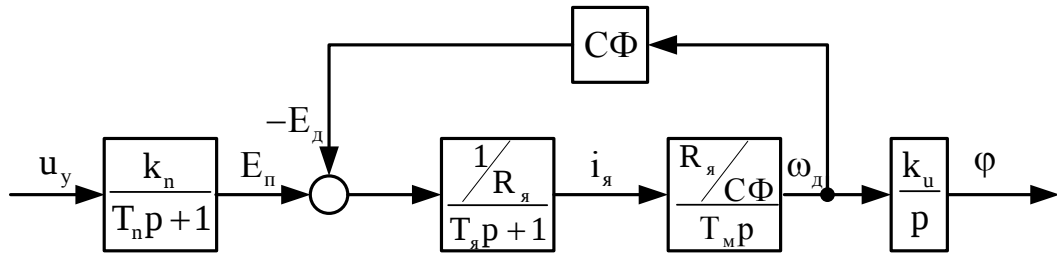
де φ - кутове положення вала виконавчого механізму; k_n - коефіцієнт передачі редуктора;

ω_d - кутова швидкість двигуна; $T_m = \frac{J R_y}{(C\Phi)^2}$ - електромеханічна стала часу якірного

кола двигуна; J - момент інерції приводу, приведений до валу двигуна; $T_y = \frac{L_y}{R_y}$ - елек-

тромагнітна стала часу якірного кола; R_y , L_y - опір і індуктивність якірного кола; C - конструктивний коефіцієнт двигуна; Φ - магнітний потік двигуна; i_d - струм якірного кола двигуна; E_n , k_n - е.р.с., коефіцієнт підсилення і стала часу підсилювача-перетворювача потужності, u_y - напруга керування перетворювачем.

Структурна схема об'єкта керування зображена на наступному рисунку



Структурна схема силової частини привода

Для зручності порівняльного аналізу різних систем керування і спрощення вихідних диференціальних рівнянь динаміки доцільно виконати операцію нормування, для чого ввести відносні одиниці:

$$y_1 = \frac{\varphi}{\varphi_m}; y_2 = \frac{\omega_d}{\omega_{dm}}; y_3 = \frac{i_d}{i_{dm}}; y_4 = \frac{E_n}{E_{nm}}; u = \frac{u_y}{u_{ym}},$$

де u_{ym} - максимальне значення напруги керування; $E_{nm} = k_n u_{ym}$ - максимальна е.р.с.

керуваного перетворювача, відповідна u_{ym} ; $i_{dm} = \frac{E_{nm}}{R_y}$ - струм короткого замикання

двигуна при максимальній е.р.с. E_{nm} ; $\omega_{dm} = \frac{E_{nm}}{CФ}$ - швидкість ідеального холостого

ходу двигуна, що відповідає E_{nm} ; $\varphi_m = k_u \omega_{dm}$ - кут повороту вала виконавчого механізму за 1с при швидкості обертання вала двигуна ω_{dm} .

З урахуванням відносних одиниць нормована система буде мати вигляд

$$p y_1 = b_{12} y_2;$$

$$p y_2 = b_{23} y_3;$$

$$p y_3 = b_{32} y_2 + b_{33} y_3 + b_{34} y_4;$$

$$p y_4 = b_{44} y_4 + m_4 u,$$

де

$$b_{12} = 1 \text{ с}^{-1}; b_{23} = \frac{1}{T_M}; b_{32} = b_{33} = -\frac{1}{T_y}; b_{34} = \frac{1}{T_y}; b_{44} = -\frac{1}{T_{\Pi}}; m_4 = \frac{1}{T_{\Pi}}.$$

З безлічі траєкторій руху системи виділимо незбурений рух під дією програмного керування u^* як розв'язання диференціальних рівнянь

$$p y_1^* = b_{12} y_2^*;$$

$$p y_2^* = b_{23} y_3^*;$$

$$p y_4^* = b_{44} y_4^* + m_4 u^*.$$

Виконаємо заміну змінних

$$\eta_k = y_k - y_k^*, \quad (k = 1, \dots, 4)$$

і перетворимо рівняння в систему диференціальних рівнянь збуреного руху

$$p \eta_1 = b_{12} \eta_2;$$

$$p \eta_2 = b_{23} \eta_3;$$

$$p \eta_3 = b_{32} \eta_2 + b_{33} \eta_3 + b_{34} \eta_4;$$

$$p \eta_4 = b_{44} \eta_4 + m_4 U,$$

де $U = u - u^*$ - додаткове стабілізуюче керування, що уявляє собою відхилення реального керуючого впливу u від програмного u^* і забезпечує рух $y = y^*$.

Отже, справжній рух системи буде описуватися векторами $y = y^* + \eta$ та $u = u^* + U$.

Очевидно, що якщо на об'єкт керування не подається програмний керуючий вплив u^* , то справжнє керування $u = U$.

Клас керуючих функцій, доступних для реалізації при побудові тієї чи іншої системи керування електроприводом, визначається в першу чергу типом і конструктивними особливостями застосовуваного керованого перетворювача потужності. Алгоритмічний синтез релейних систем керування має сенс для електроприводів постійного струму, керовані перетворювачі яких мають повну керованість і здатні переключатися з високою частотою як, наприклад, широтно-імпульсні перетворювачі, транзисторні і тиристорні однофазні інвертори, або мають властивості, що фільтрують, як генератор постійного струму з незалежним збудженням, електромашинний і магнітний підсилювачі. Використання керованих випрямлячів з фазовим керуванням і природною комутацією вентилів в поєднанні з релейною системою керування вимагає вжиття додаткових заходів і спеціального розгляду. Для електроприводу невеликої потужності досить ефективним є застосування силових релейних регуляторів, що представляють собою об'єднання в одному пристрої релейного елемента в інтегральному виконанні з високочастотним транзисторним інвертором.

Розглянемо синтез релейних регуляторів електроприводу постійного струму, динаміка силових частин якого описується системою диференціальних рівнянь, яка отримана на попередньому занятті. Виділимо з цієї системи диференціальні рівняння, що описують рух $\eta_3(U)$

$$\begin{aligned} p\eta_2 &= b_{23}\eta_3; \\ p\eta_3 &= b_{32}\eta_2 + b_{33}\eta_3 + b_{34}\eta_4; \\ p\eta_4 &= b_{44}\eta_4 + m_4U, \end{aligned}$$

введемо нові позначення змінних стану

$$\eta_2 = x_1; \quad \eta_3 = x_2; \quad \eta_4 = x_3; \quad U = U_3$$

тоді

$$\begin{aligned} px_1 &= b_{23}x_2; \\ px_2 &= b_{32}x_1 + b_{33}x_2 + b_{34}x_3; \\ px_3 &= b_{44}x_3 + m_4U_3, \end{aligned}$$

де U_3 - шукане оптимальне керування релейного регулятора струму (РС).

Перетворимо систему рівнянь до форми Фробеніуса, поєднавши змінну x_2 з $\hat{x}_2$,

$$\begin{aligned} p\hat{x}_1 &= \hat{x}_2; \\ p\hat{x}_2 &= \hat{x}_3; \\ p\hat{x}_3 &= -a_1\hat{x}_1 - a_2\hat{x}_2 - a_3\hat{x}_3 + M_3U_3. \end{aligned}$$

Коефіцієнти останнього рівняння системи (4.11) дорівнюють

$$\begin{aligned} a_1 &= b_{23}b_{32}b_{44}; \\ a_2 &= b_{33}b_{44} - b_{23}b_{32}; \\ a_3 &= -b_{33} - b_{44}; \\ M_3 &= b_{34}m_4. \end{aligned}$$

Визначимо оптимальне керування регулятора струму $U_3(\hat{x}_2)$, що мінімізує на траєкторіях руху системи при наявності обмеження

$$|U_3| \leq 1$$

інтегральний функціонал якості виду

$$\hat{I}_3 = \int_0^{\infty} 2|M_3(\hat{v}_{03}\hat{x}_0 + \hat{v}_{13}\hat{x}_1 + \hat{v}_{23}\hat{x}_2 + \hat{v}_{33}\hat{x}_3)|dt,$$

де $\hat{x}_0 = \frac{1}{p^2}\hat{x}_2$; $\hat{x}_1 = \frac{1}{p}\hat{x}_2$; $\hat{v}_{in}$ ($i = 0, \dots, 3$) - коефіцієнти функції Ляпунова

$$\hat{V}(\hat{x}) = \sum_{i,k=0}^3 \hat{v}_{ik}\hat{x}_i\hat{x}_k, \quad \hat{v}_{ik} = \hat{v}_{ki}.$$

Відповідно до співвідношень вагові коефіцієнти функціонала (4.14) дорівнюють

$$\hat{v}_{03} = a_1; \quad \hat{v}_{13} = a_2; \quad \hat{v}_{23} = a_3; \quad \hat{v}_{33} = 1.$$

Оптимальне керування релейного регулятора струму слід шукати у вигляді

$$U_3 = -\text{sign} \left[M_3 \left(\hat{v}_{03} \frac{1}{p^2} + \hat{v}_{13} \frac{1}{p} + \hat{v}_{23} + \hat{v}_{33}p \right) \hat{x}_2 \right].$$

Здійснивши зміну позначень змінних, отримаємо алгоритм оптимального керування регулятора струму в функції основної регульованої змінної

$$U_3(\eta_3) = -\text{sign} \left\{ M_3 \left[b_{23}b_{32}b_{44} \frac{1}{p^2} + (b_{33}b_{44} - b_{23}b_{32}) \frac{1}{p} + (-b_{33} - b_{44}) + p \right] \eta_3 \right\}.$$

При стабілізації струму на заданому рівні релейний регулятор з цим алгоритмом працює в ковзному режимі, забезпечуючи при цьому рівність нескінченності коефіцієнта підсилення прямого каналу контуру керування струмом. Це дозволяє повністю усунути вплив проти е.р.с. двигуна на точність стабілізації струму і виключити з алгоритму інтегральні складові, які в лінійних системах служать для компенсації диференціюючої дії внутрішнього зворотного зв'язку двигуна за е.р.с. обертання. Тоді алгоритм набуде вигляду

$$U_3(\eta_3) = -\text{sign} \{ M_3 [(-b_{33} - b_{44}) + p] \eta_3 \}.$$

Останній алгоритм керування легко перетворюється до вигляду, зручного для реалізації в просторі змінних η_2, η_3, η_4 , якщо замінити похідну $p\eta_3$ еквівалентним значенням. Відповідно отримаємо

$$U_3 = -\text{sign} \left\{ M_3 \left[\eta_3 - \frac{b_{32}}{b_{44}} \eta_2 - \frac{b_{34}}{b_{44}} \eta_4 \right] \right\}.$$

Формування цього керуючого впливу здійснюється жорсткими зворотними зв'язками за координатами збуреного руху і при цьому відпадає необхідність диференціювання помилки регулювання струму.

Закон оптимального керування, синтезований аналітично, може бути реалізований різними структурами. При цьому системи оптимального керування, сконструйовані для одного і того ж об'єкта, але в різних просторах станів, маючи однакові перехідні функції, відрізняються кінцевим алгоритмом, структурною схемою, складністю технічної реалізації, статичними властивостями і ступенем чутливості до параметричних і зовнішніх збурень.

Рациональний вибір простору станів для структурної й технічної реалізації алгоритмів оптимального керування дозволить з найменшими витратами задовольнити найжор-

сткішим і суперечливим вимогам технічних завдань на розробку систем керування електроприводами.

Алгоритмічний синтез релейних регуляторів, якому присвячено попередній параграф, здійснений в двох координатних базисах фазового простору збуреного руху. При описі динаміки системи керування ЕП диференціальними рівняннями збуреного руху в формі Коші координатами точки, що зображує, є відхилення всіх змінних стану силової частини електроприводу від траєкторії незбуреного руху. Координатний базис такого фазового простору назовемо η -базисом. Алгоритми оптимальних регуляторів в цьому координатному базисі набувають вигляду

$$\begin{aligned} U_1 &= \text{sign}(-\eta_1 - A_{12}\eta_2 - A_{13}\eta_3 - A_{14}\eta_4); \\ U_2 &= \text{sign}(-\eta_2 - A_{23}\eta_3 - A_{24}\eta_4); \\ U_3 &= \text{sign}(-\eta_3 + A_{32}\eta_2 - A_{34}\eta_4); \end{aligned}$$

де

$$A_{12} = T_m; A_{13} = T_y; A_{14} = T_n; A_{23} = \frac{T_y}{T_m}; A_{24} = \frac{T_n}{T_m}; A_{32} = A_{34} = \frac{T_n}{T_y}.$$

Розширення фазового простору за рахунок доповнення координатного базису новою віссю, що відбиває інтеграл відхилення основної керованої змінної, дозволяє ввести в закони керування інтегральні складові. Тут і далі під основною керованою змінною конкретного регулятора мається на увазі змінна, для стабілізації якої призначений регулятор, наприклад, струм для регулятора струму, швидкість для регулятора швидкості. Алгоритми оптимальних РС і РШ в розширеному координатному базисі визначаються виразами

$$\begin{aligned} U_2 &= \text{sign}\left(-\eta_2 - A_{23}\eta_3 - A_{24}\eta_4 - A_{20}\frac{1}{p}\eta_2\right); \\ U_3 &= \text{sign}\left(-\eta_3 + A_{32}\eta_2 - A_{34}\eta_4 - A_{30}\frac{1}{p}\eta_3\right); \end{aligned}$$

де

$$A_{20} = \frac{1}{T_m}; \quad A_{30} = \frac{T_n + T_p}{T_m(T_y + T_p)}.$$

Якщо динаміка СК електроприводом описується диференціальними рівняннями збуреного руху в формі Фробеніуса, то координатами точки, що зображує, є відхилення основної керованої змінної від бажаної траєкторії і його похідні до $(n-1)$ -го порядку включно. Такий координатний базис назовемо $\hat{\eta}$ -базисом. Алгоритми оптимального керування положенням, швидкістю і струмом в $\hat{\eta}$ -базисі можливо привести до вигляду

$$\begin{aligned} U_1 &= \text{sign}\left[(-1 - B_{11}p - B_{12}p^2 - B_{13}p^3)\eta_1\right]; \\ U_2 &= \text{sign}\left[(-1 - B_{21}p - B_{22}p^2)\eta_2\right]; \\ U_3 &= \text{sign}\left[(-1 - B_{31}p)\eta_3\right], \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} B_{11} &= T_m + T_p; & B_{12} &= T_m(T_y + T_p); & B_{13} &= T_y T_m T_p; \\ B_{21} &= \frac{T_m(T_y + T_p)}{T_m + T_p}; & B_{22} &= \frac{T_y T_m T_p}{T_m + T_p}; & B_{31} &= \frac{T_y T_p}{T_m + T_p}. \end{aligned}$$

В розширеному $\hat{\eta}$ -базисі алгоритми оптимальних РШ і РС визначаються рівняннями

$$U_2 = \text{sign} \left[\left(-1 - B_{21}p - B_{22}p^2 - B_{20} \frac{1}{p} \right) \eta_2 \right];$$

$$U_3 = \text{sign} \left[\left(-1 - B_{31}p - B_{30} \frac{1}{p} \right) \eta_3 \right],$$

де

$$B_{20} = \frac{1}{T_M + T_\Pi}; \quad B_{30} = \frac{1}{T_\gamma + T_\Pi}.$$

Розглянуті базиси векторів стану не є єдино можливими для визначення алгоритмів оптимального керування. Для доказів цього продиференціюємо друге рівняння системи, а перше рівняння цієї ж системи продиференціюємо двічі

$$p^2 \eta_2 = b_{23} p \eta_3;$$

$$p^2 \eta_1 = b_{12} p \eta_2;$$

$$p^3 \eta_1 = b_{12} b_{23} p \eta_3.$$

В результаті отримаємо алгоритми оптимальних керувань в новому координатному базисі, який назвемо $p\eta$ - базисом,

$$U_1 = \text{sign} \left[(-1 - C_{11}p) \eta_1 - C_{12}p \eta_2 - C_{13}p \eta_3 \right];$$

$$U_2 = \text{sign} \left[(-1 - C_{22}p) \eta_2 - C_{23}p \eta_3 \right],$$

де

$$C_{11} = T_M + T_\Pi; \quad C_{12} = T_M (T_\gamma + T_\Pi); \quad C_{13} = T_\gamma T_\Pi;$$

$$C_{22} = \frac{T_M (T_\gamma + T_\Pi)}{T_M + T_\Pi}; \quad C_{23} = \frac{T_\gamma T_\Pi}{T_M + T_\Pi}.$$

Алгоритм оптимального регулятора швидкості в розширеному $p\eta$ - базисі визначається виразом

$$U_2 = \text{sign} \left[\left(-1 - C_{22}p - C_{20} \frac{1}{p} \right) \eta_2 - C_{23}p \eta_3 \right],$$

де

$$C_{20} = \frac{1}{T_M + T_\Pi}.$$

Координатні вісі $p\eta$ - базису для кожного регулятора відображають відхилення основної керованої змінної, його першу похідну і перші похідні відхилень допоміжних змінних. Розширення $p\eta$ - базису здійснюється за рахунок введення координатної вісі, що відображає інтеграл відхилення основної керованої змінної. Легко помітити, що алгоритми оптимальних регуляторів струму в $\hat{\eta}$ - базисі і $p\eta$ - базисі повністю збігаються.

Рациональна структура синтезуємої системи оптимального керування значною мірою залежить від характеру незбуреного руху. У системах стабілізації швидкості і позиційних системах задавальні дії, що визначають траєкторії незбуреного руху основної керованої змінної, є ступінчасті функції, які залишаються незмінними в часі протягом перехідного процесу переведення ОК з начального становища в кінцеве. Це дозволяє при реалізації оптимальних керувань уникнути необхідності вимірювання всіх координат збуреного руху шляхом переходу до поточних значень фізичних змінних: кутового або ліній-

ного положення робочого органу, швидкості, струму, е.р.с. перетворювача і відповідним задавальним впливом.

Оптимальні управління в $\hat{\eta}$ - базисі виражаються через реальні змінні силової частини електропривода

$$\begin{aligned} u_{урп} &= u_{ym} \operatorname{sign} \left[\left(1 + B_{11}p + B_{12}p^2 + B_{13}p^3 \right) (\varphi^* - \varphi) \right]; \\ u_{урш} &= u_{ym} \operatorname{sign} \left[\left(1 + B_{21}p + B_{22}p^2 \right) (\omega_d^* - \omega_d) \right]; \\ u_{урс} &= u_{ym} \operatorname{sign} \left[\left(1 + B_{31}p \right) (i_d^* - i_d) \right]. \end{aligned}$$

Аналогічним чином алгоритми в розширеному $\hat{\eta}$ - базисі приводяться до вигляду

$$\begin{aligned} u_{урш} &= u_{ym} \operatorname{sign} \left[\left(1 + B_{20} \frac{1}{p} + B_{21}p + B_{22}p^2 \right) (\omega_d^* - \omega_d) \right]; \\ u_{урс} &= u_{ym} \operatorname{sign} \left[\left(1 + B_{30} \frac{1}{p} + B_{31}p \right) (i_d^* - i_d) \right]. \end{aligned}$$

Урахування постійно діючого на об'єкт керування зовнішнього збурення у вигляді моменту опору на валу двигуна або статичної складової струму якоря на стадії структурно-алгоритмічного синтезу призводить до неминучої необхідності вимірювання цього збурення для реалізації комбінованого принципу керування, який впливає безпосередньо з розв'язання задачі аналітичного конструювання регуляторів в даній постановці, що суперечить основній меті пропонованого методу синтезу. Критерієм вибору того чи іншого з синтезованих в попередньому параграфі алгоритмів для побудови системи керування електроприводом конкретного виробничого механізму можуть служити статичні властивості замкнутих контурів керування по відношенню до збурень і задавальних впливів, а також складність технічної реалізації відповідних регуляторів.

Системи керування ЕП з релейними регуляторами, алгоритми яких синтезовані в розширених фазових просторах, є астатичними як за задавальними так і за збурюючими впливами за рахунок інтегральних складових в законах керування. Однак, наявність таких складових при природному обмеженні на модуль керуючого впливу в релейних системах може привести до перерегулювання в перехідних процесах при відпрацюванні східчастих задавальних впливів.

В процесі стабілізації основної керованої змінної на заданому рівні відповідний релейний регулятор працює в ковзному режимі. При цьому його можна розглядати як лінійний підсилювач з нескінченно великим коефіцієнтом підсилення. Ця обставина дозволяє при певних структурах алгоритмів оптимального керування компенсувати вплив зовнішніх збурень на поведінку замкнутої системи в динаміці і статиці, надавши їй властивості астатичної системи без включення інтегруючих елементів до складу керуючої частини. У зв'язку з цим великий інтерес представляє собою дослідження статичних властивостей релейних САК без інтегральних складових в законах керування.

При стабілізації швидкості обертання валу двигуна на заданому рівні РШ з алгоритмом (4.85) працює в ковзному режимі, а рух електропривода при наявності статичної складової струму якоря описується системою рівнянь

$$p\omega_d = \frac{R_y}{C\Phi T_M} (i_d - i_c) = 0;$$

$$pi_d = -\frac{1}{T_y} i_d - \frac{C\Phi}{R_y T_y} \omega_d + \frac{1}{R_y T_y} E_n = 0;$$

$$pE_n = -\frac{1}{T_n} E_n + \frac{k_n}{T_n} u_y = 0,$$

звідки слідує

$$i_d = i_c;$$

$$E_n = C\Phi \omega_d + R_y i_c.$$

Гіперплощина ковзання регулятора згідно з алгоритмом

$$u_{ypш} = u_{ym} \text{sign} \left[\omega_d^* - \beta_{22} \omega_d - \beta_{23} i_d - \beta_{24} E_n \right];$$

визначається рівнянням

$$S = \omega_d^* - \beta_{22} \omega_d - \beta_{23} i_d - \beta_{24} E_n = 0.$$

Із цього рівняння легко отримати вираз статичної характеристики контуру керування швидкістю з розглянутим релейним регулятором

$$\omega_d = \omega_d^* - \varepsilon \frac{R_y}{C\Phi} i_c,$$

$$\text{де } \varepsilon = \frac{T_y + T_n}{T_M + T_n}.$$

Таким чином, контур керування швидкістю з релейним регулятором і жорсткими зворотними зв'язками є статичним по відношенню до збурюючого впливу, причому статизм визначається співвідношенням сталих часу силової частини електроприводу.

У разі застосування в контурі керування швидкістю релейного регулятора з алгоритмом

$$u_{ypш} = u_{ym} \text{sign} \left[\omega_d^* - \omega_d - \gamma_{22} p\omega_d - \gamma_{23} pi_d \right];$$

рівняння гіперплощини ковзання

$$S = \omega_d^* - \omega_d - \gamma_{22} p\omega_d - \gamma_{23} pi_d = 0$$

при незмінному значенні статичної складової струму якоря вироджується в рівняння статичної характеристики

$$\omega = \omega_d. \quad (4.92)$$

Таким чином релейні системи керування з гнучкими зворотними зв'язками еквівалентні астатичним системам відносно збурюючих дій.

Практична робота 5. Структурно-алгоритмічний синтез релейних систем векторного керування асинхронними короткозамкненими двигунами.

Розглянемо математичні моделі асинхронного двигуна.

Вихідна форма запису диференціальних рівнянь динаміки АД, яка отримана математичного опису узагальненої електричної машини в координатних осях x,y, які обертаються з довільною кутовою швидкістю ω_k відносно нерухомої системи координат α, β (дивись рисунок),

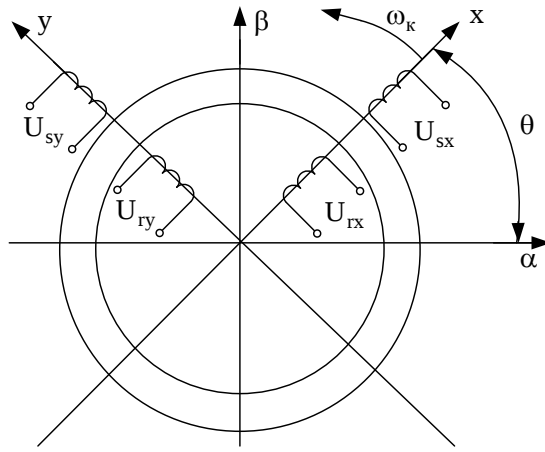


Схема узагальненої електричної машини

має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} U_{sx} &= I_{sx} R_s + p \Psi_{sx} - \omega_k \Psi_{sy} \\ U_{sy} &= I_{sy} R_s + p \Psi_{sy} + \omega_k \Psi_{sx} \\ 0 &= I_{rx} R_r + p \Psi_{rx} - (\omega_k - \omega) \Psi_{ry} \\ 0 &= I_{ry} R_r + p \Psi_{ry} + (\omega_k - \omega) \Psi_{rx} \\ M &= z_p \frac{m}{2} L_m (I_{sy} I_{rx} - I_{sx} I_{ry}) \end{aligned} \right\}$$

де p -оператор диференціювання, ω - кутова швидкість обертання ротора, $\mathbf{U}_s$ - вектор напруги статора, $\mathbf{I}_s, \mathbf{I}_r$, Ψ_s, Ψ_r - вектори струмів і потокозчеплень статора та ротора, M - електромагнітний момент, R_s, R_r - активні опори обмоток статора і ротора, z_p - число пар полюсів машини, m -число фаз, L_m - взаємна індуктивність обмоток ротора і статора, L_s, L_r - індуктивності обмоток статора і ротора, потокозчеплення визначаються через струми та індуктивності наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{sx} &= L_s I_{sx} + L_m I_{rx} \\ \Psi_{sy} &= L_s I_{sy} + L_m I_{ry} \\ \Psi_{rx} &= L_r I_{rx} + L_m I_{sx} \\ \Psi_{ry} &= L_r I_{ry} + L_m I_{sy} \end{aligned} \right\}.$$

Необхідною умовою електромеханічного перетворення енергії є наявність магнітного потоку в магнітному колі машини. Очевидно, що магнітний потік формується складовою вектора струму яка статора, співпадає з ним за напрямом. Її називають потокостворюючою складовою вектора $\mathbf{I}_s$. Оскільки магнітне поле машини характеризують потокозчеплення, в рамках прийнятого математичного опису задача керування величиною потоку зводиться до керування модулем вектора потокозчеплення, обраного в якості базового, шляхом дії на співвісну йому складову вектора струму статора. Вибір базового вектора Ψ_o з векторів потокозчеплень статора Ψ_s , повітряного зазору Ψ_m або ротора Ψ_r не є принциповим і залежить від можливостей технічної реалізації СА а також вимог до стабілізації потоку.

Для реалізації принципу векторного полеорієнтованого керування необхідно зорієнтувати систему координат по базовому вектору потокозчеплення. Позначимо вісі такої системи u і v і будемо вважати вісь u такою, що співпадає за напрямом з Ψ_o , а вісь v такою, що випереджає її. Тоді $|\Psi_o| = \Psi_o = \Psi_{ou}$, а потокоутворююча складова струму статора буде I_{su} .

Електромагнітний момент асинхронного двигуна M може бути визначеним як векторний добуток векторів Ψ_o та I_s :

$$M = K_m [\Psi_o, I_s],$$

де K_m - коефіцієнт, який залежить від параметрів машини та вибору базового вектора. Тому при стабілізації модуля потокозчеплення момент пропорційний тільки перпендикулярній вектору Ψ_o складовій вектора струму статора, яку називають моментоутворюючою. В системі координат u, v моментоутворююча складова I_s співпадає з I_{sv} , а електромагнітний момент визначається виразом $M = K_m \Psi_{ou} I_{sv}$.

Для синтезу систем векторного полеорієнтованого керування (СВПК) необхідно розв'язати систему диференціальних рівнянь узагальненої електричної машини відносно похідних керуємих координат: швидкості обертання ротора ω і модуля орієнтуючого вектора потокозчеплення Ψ_o , а також моментоутворюючої I_{sv} і потокоутворюючої I_{su} складових струму статора. Властивості СВПК при орієнтації за Ψ_s і Ψ_m достатньо близькі, тому розглянемо два випадки: $\Psi_o = \Psi_r$ і $\Psi_o = \Psi_s$. В першому випадку з системи диференціальних рівнянь узагальненої електричної машини після виключення складових векторів $I_r, \Psi_s, p\Psi_s$ і нескладних перетворень з врахуванням рівняння руху електропривода $M - M_c = Jp\omega$, приведемо рівняння динаміки трифазного ($m=3$) асинхронного двигуна до вигляду:

$$\left. \begin{aligned} pI_{sx} &= \frac{L_m R_r}{L_r^2 L_s'} \Psi_{rx} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r^2 L_s'} I_{sx} + \frac{1}{L_s'} U_{sx} + \frac{L_m}{L_r L_s'} \Psi_{ry} \omega + I_{sy} \omega_k \\ pI_{sy} &= \frac{L_m R_r}{L_r^2 L_s'} \Psi_{ry} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r^2 L_s'} I_{sy} + \frac{1}{L_s'} U_{sy} - \frac{L_m}{L_r L_s'} \Psi_{rx} \omega - I_{sx} \omega_k \\ p\Psi_{rx} &= -\frac{R_r}{L_r} \Psi_{rx} + \frac{R_r L_m}{L_r} I_{sx} - (\omega - \omega_k) \Psi_{ry} \\ p\Psi_{ry} &= -\frac{R_r}{L_r} \Psi_{ry} + \frac{R_r L_m}{L_r} I_{sy} + (\omega - \omega_k) \Psi_{rx} \\ p\omega &= \frac{3z_p L_m}{2J L_r} (I_{sy} \Psi_{rx} - I_{sx} \Psi_{ry}) - \frac{M_c}{J} \end{aligned} \right\},$$

де M_c - момент опору, прикладений до валу двигуна.

За умови орієнтації координатної системи x, y за вектором Ψ_r

$$x = u, y = v, \Psi_{rx} = \Psi_{ru} = \Psi_o, p\Psi_{ry} = p\Psi_{rv} = 0, \Psi_{ry} = \Psi_{rv} = 0$$

отримаємо редуковану (з пониженням порядку на одиницю) математичну модель АД в системі координат, яка обертається зі швидкістю $\omega_k = \frac{R_r L_m}{L_r \Psi_o} I_{sv} + \omega$ та орієнтована за вектором потокозчеплення ротора:

$$\left. \begin{aligned} pI_{su} &= \frac{L_m R_r}{L_r^2 L'_s} \Psi_o - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r^2 L'_s} I_{su} + \frac{1}{L'_s} U_{su} + I_{sv} \omega_k \\ p\Psi_o &= -\frac{R_r}{L_r} \Psi_o + \frac{R_r L_m}{L_r} I_{su} \\ pI_{sv} &= -\frac{L_m}{L_r L'_s} \Psi_o \omega - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r^2 L'_s} I_{sv} + \frac{1}{L'_s} U_{sv} - I_{su} \omega_k \\ p\omega &= \frac{3z_p L_m}{2J L_r} I_{sv} \Psi_o - \frac{M_c}{J} \end{aligned} \right\},$$

У випадку орієнтації за вектором Ψ_s з системи диференціальних рівнянь узагальненої електричної машини виключимо складові векторів $I_r, \Psi_r, p\Psi_r$ і після нескладних перетворень з врахуванням рівняння руху електропривода $M - M_c = J p\omega$ приведемо рівняння динаміки трифазного ($m=3$) асинхронного двигуна до вигляду:

$$\left. \begin{aligned} p\Psi_{sx} &= U_{sx} - I_{sx} R_s + \omega_k \Psi_{sy} \\ p\Psi_{sy} &= U_{sy} - I_{sy} R_s - \omega_k \Psi_{sx} \\ pI_{sx} &= \frac{R_r}{L_r L'_s} \Psi_{sx} - \frac{R_r L_s - R_s L_r}{L_r L'_s} I_{sx} + \frac{1}{L'_s} U_{sx} + \frac{1}{L'_s} \Psi_{sy} \omega - I_{sy} (\omega - \omega_k) \\ pI_{sy} &= \frac{R_r}{L_r L'_s} \Psi_{sy} - \frac{R_r L_s - R_s L_r}{L_r L'_s} I_{sy} + \frac{1}{L'_s} U_{sy} - \frac{1}{L'_s} \Psi_{sx} \omega + I_{sx} (\omega - \omega_k) \\ p\omega &= \frac{3z_p}{2J} (I_{sy} \Psi_{sx} - I_{sx} \Psi_{sy}) - \frac{M_c}{J} \end{aligned} \right\}.$$

Після виконання умови орієнтації координатної системи x, y за вектором Ψ_s

$$x = u, y = v, \Psi_{sx} = \Psi_{su} = \Psi_o, p\Psi_{sy} = p\Psi_{sv} = 0, \Psi_{sy} = \Psi_{sv} = 0$$

отримаємо редуковану математичну модель асинхронного двигуна в системі координат, яка обертається зі швидкістю $\omega_k = \frac{U_{sv} - I_{sv} R_s}{\Psi_o}$ та орієнтована за вектором потокозчеплення статора:

$$\left. \begin{aligned} p\Psi_o &= -I_{su}R_s + U_{su} \\ pI_{su} &= \frac{R_r}{L_r L'_s} \Psi_o - \frac{R_r L_s - R_s L_r}{L_r L'_s} I_{su} + \frac{1}{L'_s} U_{su} - I_{sv}(\omega - \omega_k) \\ pI_{sv} &= -\frac{R_r L_s - R_s L_r}{L_r L'_s} I_{sv} + \frac{1}{L'_s} U_{sv} - \frac{1}{L'_s} \Psi_o \omega + I_{su}(\omega - \omega_k) \\ p\omega &= \frac{3z_p}{2J} I_{sv} \Psi_o - \frac{M_c}{J} \end{aligned} \right\}.$$

Отримані моделі демонструють особливості динаміки підсистем формування потоку та швидкості обертання валу АД. З них слідує, що керування величинами I_{su} і Ψ_o повинно здійснюватися системою стабілізації потокозчеплення (ССП) шляхом впливу на складову напруги статора U_{su} , а керування величинами I_{sv} і ω - системою керування швидкістю обертання ротора (СКШ) шляхом впливу на U_{sv} .

Складові U_{sv} і U_{su} аналогічні напругам живлення обмоток якоря и збудження двигуна постійного струму, однак на відміну від останнього, канали керування моментом і потоком АД суміщені в статорних обмотках. Крім того, орієнтуючий вектор потокозчеплення Ψ_o , з яким пов'язана координатна система u, v , в загальному випадку обертається навколо осі машини, тоді як фазні обмотки статора, з якими зв'язана координатна система α, β , є нерухомими. В координатній системі α, β вісь α співпадає з віссю обмотки фази А статора.

6. Структурно-алгоритмічний релейних синтез систем векторного керування асинхронними двигунами за схемою машини подвійного живлення.

Сучасний рівень математичної теорії асинхронних машин (АМ) характеризується досить повним описом фізичних процесів, що протікають у них. У цей час на перший план висуваються більш складні завдання аналізу машини як елемента складних замкнених нелінійних електромеханічних систем, що оптимізуються за тим або іншим критерієм. Модель машини використовується для пошуку оптимальних її режимів і визначення величин контрольованих впливів на машину, що забезпечують ці режими.

У сучасних системах керованого електропривода двигуни одержують живлення від напівпровідникових перетворювачів з несинусоїдальною формою вихідної напруги. На практиці використовуються схеми підключення машин як без нульового проводу, так і з роздільним (автономним) живленням фазних обмоток. Тому в загальному випадку модель повинна враховувати ефекти, обумовлені живленням її обмоток від лінійно-незалежних систем напруг.

У цей час асинхронна машина описується в різних системах координат.

. Системи диференціальних рівнянь відносно різних похідних регульованих координат мають вигляд:

- відносно ψ_i й складових струму статора

$$\begin{aligned}
p i_{sx} &= \frac{1}{L_s - K_r L_m} u_{sx} + \omega_k i_{sy} - \frac{(K_r^2 R_r + R_s)}{L_s - K_r L_m} i_{sx} + \frac{K_r \omega_r}{L_s - K_r L_m} \psi_{ry} + \\
&\quad + \frac{R_r K_r}{(L_s - K_r L_m) L_r} \psi_{rx} - \frac{K_r}{L_s - K_r L_m} u_{rx} ; \\
p i_{sy} &= \frac{1}{L_s - K_r L_m} u_{sy} - \omega_k i_{sx} - \frac{(K_r^2 R_r + R_s)}{L_s - K_r L_m} i_{sy} - \frac{K_r \omega_r}{L_s - K_r L_m} \psi_{rx} + \\
&\quad + \frac{R_r K_r}{(L_s - K_r L_m) L_r} \psi_{ry} - \frac{K_r}{L_s - K_r L_m} u_{ry} ; \\
p \psi_{rx} &= u_{rx} + (\omega_k - \omega_r) \psi_{ry} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{rx} + R_r K_r i_{sx} ; \\
p \psi_{ry} &= u_{ry} - (\omega_k - \omega_r) \psi_{rx} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{ry} + R_r K_r i_{sy} ; \\
M_{em} &= \frac{3}{2} N_p K_r (\psi_{rx} i_{sy} - \psi_{ry} i_{sx}) ; \\
p \omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J} ,
\end{aligned}$$

де $K_r = L_m / L_r$;

- відносно ψ_s й складових струму статора

$$\begin{aligned}
p i_{sx} &= - \frac{K_r}{L_s - L_m K_r} u_{rx} + \frac{\omega_r}{L_s - L_m K_r} \psi_{sy} + (\omega_k - \omega_r) i_{sy} - \\
&\quad - \frac{R_r \frac{L_s}{L_r} + R_s}{L_s - L_m K_r} i_{sx} + \frac{R_r}{L_r (L_s - L_m K_r)} \psi_{sx} + \frac{1}{L_s - L_m K_r} u_{sx} ; \\
p i_{sy} &= - \frac{K_r}{L_s - L_m K_r} u_{ry} - \frac{\omega_r}{L_s - L_m K_r} \psi_{sx} - (\omega_k - \omega_r) i_{sx} - \\
&\quad - \frac{R_r \frac{L_s}{L_r} + R_s}{L_s - L_m K_r} i_{sy} + \frac{R_r}{L_r (L_s - L_m K_r)} \psi_{sy} + \frac{1}{L_s - L_m K_r} u_{sy} ; \\
p \psi_{sx} &= u_{sx} + \omega_k \psi_{sy} - R_s i_{sx} ; \\
p \psi_{sy} &= u_{sy} - \omega_k \psi_{sx} - R_s i_{sy} ; \\
M_{em} &= \frac{3}{2} N_p (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) ; \\
p \omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J} ;
\end{aligned}$$

- відносно ψ_s й складових струму ротора

$$\begin{aligned}
p i_{rx} &= \frac{1}{L_r - K_s L_m} u_{rx} - \frac{K_s \omega_r}{L_r - K_s L_m} \psi_{sy} + (\omega_k - \omega_r) i_{ry} - \\
&\quad - \frac{K_s^2 R_s + R_r}{L_r - K_s L_m} i_{rx} + \frac{R_s K_s}{L_s (L_r - K_s L_m)} \psi_{sx} - \frac{K_s}{L_r - K_s L_m} u_{sx} ; \\
p i_{ry} &= \frac{1}{L_r - K_s L_m} u_{ry} + \frac{K_s \omega_r}{L_r - K_s L_m} \psi_{sx} - (\omega_k - \omega_r) i_{rx} - \\
&\quad - \frac{K_s^2 R_s + R_r}{L_r - K_s L_m} i_{ry} + \frac{R_s K_s}{L_s (L_r - K_s L_m)} \psi_{sy} - \frac{K_s}{L_r - K_s L_m} u_{sy} ; \\
p \psi_{sx} &= u_{sx} + \omega_k \psi_{sy} - \frac{R_s}{L_s} \psi_{sx} + K_s R_s i_{rx} ; \\
p \psi_{sy} &= u_{sy} - \omega_k \psi_{sx} - \frac{R_s}{L_s} \psi_{sy} + K_s R_s i_{ry} ; \\
M_{tm} &= \frac{3}{2} N_p K_s (\psi_{sx} i_{ry} - \psi_{sy} i_{rx}) ; \\
p \omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J} ,
\end{aligned}$$

де $K_s = L_m / L_s$;

- відносно ψ_r й складових струму ротора

$$\begin{aligned}
p i_{rx} &= - \frac{K_s}{L_r - L_m K_s} u_{sx} - \frac{\omega_r}{L_r - L_m K_s} \psi_{ry} + \omega_k i_{ry} + \\
&\quad + \frac{R_s}{L_s (L_r - L_m K_s)} \psi_{rx} - \frac{R_r + R_s \frac{L_r}{L_s}}{L_r - L_m K_s} i_{rx} + \frac{1}{L_r - L_m K_s} u_{rx} ; \\
p i_{ry} &= - \frac{K_s}{L_r - L_m K_s} u_{sy} + \frac{\omega_r}{L_r - L_m K_s} \psi_{rx} - \omega_k i_{rx} - \\
&\quad - \frac{R_s}{L_s (L_r - L_m K_s)} \psi_{ry} - \frac{R_r + R_s \frac{L_r}{L_s}}{L_r - L_m K_s} i_{ry} + \frac{1}{L_r - L_m K_s} u_{ry} ; \\
p \psi_{rx} &= u_{rx} + (\omega_k - \omega_r) \psi_{ry} - R_r i_{rx} ; \\
p \psi_{ry} &= u_{ry} - (\omega_k - \omega_r) \psi_{rx} - R_r i_{rx} ; \\
M_{em} &= \frac{3}{2} N_p (\psi_{rx} i_{ry} - \psi_{ry} i_{rx}) ; \\
p \omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J} .
\end{aligned}$$

При виконанні умови орієнтації координатної системи x, y , ω_k за вектором ψ_r , одержуємо математичні моделі АДФР вигляду:

- виражені через складові струму статора

$$\begin{aligned}
pi_{su} &= \frac{1}{L_s - K_r L_m} u_{su} + \omega_r i_{sv} + \frac{R_r K_r}{\psi_{ru}} i_{su}^2 - \frac{K_r^2 R_r + R_s}{L_s - K_r L_m} i_{su} + \\
&+ \frac{R_r K_r}{L_r (L_s - K_r L_m)} \psi_{ru} + \frac{i_{sv}}{\psi_{ru}} u_{rv} - \frac{K_r}{L_s - K_r L_m} u_{ru}; \\
pi_{sv} &= \frac{1}{L_s - K_r L_m} u_{sv} - \omega_r i_{su} - \frac{R_r K_r}{\psi_{ru}} i_{su} i_{sv} - \frac{K_r^2 R_r + R_s}{L_s - K_r L_m} i_{sv} + \\
&+ \frac{K_r \omega_r}{L_s - K_r L_m} \psi_{ru} - \frac{i_{su}}{\psi_{ru}} u_{rv} - \frac{K_r}{L_s - K_r L_m} u_{rv}; \\
p\psi_{ru} &= u_{ru} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{ru} + R_r K_r i_{su}; \\
M_{em} &= \frac{3}{2} N_p K_r \psi_{ru} i_{sv}; \\
p\omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J},
\end{aligned}$$

- виражені через складові струму ротора

$$\begin{aligned}
pi_{ru} &= - \frac{K_s}{L_r - K_s L_m} u_{su} + \omega_r i_{rv} - \frac{R_r}{\psi_{ru}} i_{rv}^2 + \frac{u_{rv}}{\psi_{ru}} i_{rv} + \\
&+ \frac{R_s}{L_s (L_r - K_s L_m)} \psi_{ru} - \frac{R_r + R_s \frac{L_r}{L_s}}{L_r - K_s L_m} i_{ru} + \frac{1}{L_r - K_s L_m} u_{ru}; \\
pi_{rv} &= - \frac{K_s}{L_r - K_s L_m} u_{sv} - \omega_r i_{ru} + \frac{R_r}{\psi_{ru}} i_{ru} i_{rv} - \frac{u_{rv}}{\psi_{ru}} i_{ru} - \\
&- \frac{\omega_r}{L_r - K_s L_m} \psi_{ru} - \frac{R_r + R_s \frac{L_r}{L_s}}{L_r - K_s L_m} i_{rv} + \frac{1}{L_r - K_s L_m} u_{rv}; \\
p\psi_{ru} &= u_{ru} - R_r i_{ru}; \\
M_{em} &= \frac{3}{2} N_p \psi_{ru} i_{rv}; \\
p\omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J}.
\end{aligned}$$

При виконанні умови орієнтації координатної системи X, Y, ω_k за вектором ψ_s одержуємо математичні моделі АДФР вигляду:

- виражені через складові струму статора

$$\begin{aligned}
p i_{su} &= - \frac{K_r}{L_s - K_r L_m} u_{ru} - \omega_r i_{sv} - \frac{R_s}{\psi_{su}} i_{sv}^2 - \frac{R_s + R_r}{L_s - K_r L_m} \frac{L_s}{L_r} i_{su} + \\
&+ \frac{R_r}{L_r (L_s - K_r L_m)} \psi_{su} + \frac{u_{su}}{\psi_{su}} i_{sv} + \frac{1}{L_s - K_r L_m} u_{su}; \\
p i_{sv} &= - \frac{K_r}{L_s - K_r L_m} u_{rv} + \omega_r i_{su} + \frac{R_s}{\psi_{su}} i_{su} i_{sv} - \frac{R_s + R_r}{L_s - K_r L_m} \frac{L_s}{L_r} i_{sv} - \\
&- \frac{\omega_r}{L_s - K_r L_m} \psi_{su} - \frac{u_{sv}}{\psi_{su}} i_{su} + \frac{1}{L_s - K_r L_m} u_{sv}; \\
p \psi_{su} &= u_{su} - R_s i_{su}; \\
M_{em} &= \frac{3}{2} N_p \psi_{su} i_{sv}; \\
p \omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J},
\end{aligned}$$

- виражені через складові струму ротора

$$\begin{aligned}
p i_{ru} &= \frac{1}{L_r - K_s L_m} u_{ru} - \omega_r i_{rv} + \frac{K_s R_s}{\psi_{su}} i_{rv}^2 - \frac{R_r + K_s^2 R_s}{L_r - K_s L_m} i_{ru} + \\
&+ \frac{R_s K_s}{L_s (L_r - K_s L_m)} \psi_{su} + \frac{u_{sv}}{\psi_{ru}} i_{rv} - \frac{K_s}{L_r - K_s L_m} u_{su}; \\
p i_{rv} &= \frac{1}{L_r - K_s L_m} u_{rv} + \omega_r i_{ru} - \frac{K_s R_s}{\psi_{su}} i_{ru} i_{rv} - \frac{R_r + K_s^2 R_s}{L_r - K_s L_m} i_{rv} + \\
&+ \frac{K_s \omega_r}{L_r - K_s L_m} \psi_{su} - \frac{u_{sv}}{\psi_{ru}} i_{ru} - \frac{K_s}{L_r - K_s L_m} u_{sv}; \\
p \psi_{su} &= u_{su} - \frac{R_s}{L_s} \psi_{su} + K_s R_s i_{ru}; \\
M_{em} &= \frac{3}{2} N_p K_s \psi_{su} i_{rv}; \\
p \omega_r &= \frac{M_{em} - M_{st}}{J}.
\end{aligned}$$

Представлені математичні моделі показують, що АДФР є нелінійним багатозв'язаним об'єктом керування, для якого характерні нелінійні перехресні зв'язки між каналами керування.

При побудові системи з перетворювачем в одному колі АДФР у якості опорного вектора слід вибирати вектор потокозчеплення кола, де встановлений перетворювач. Використання системи, в якій у якості орієнтуючого обраний вектор потокозчеплення кола, підключеного до мережі, представляється недоцільним. У випадку включення перетворювачів у кола статора й ротора як вектор потокозчеплення можна вибрати $|\psi_s|$ або $|\psi_r|$, які при такій побудові системи рівноцінні.

Побудова силової частини електроприводів з АДФР за схемою МПЖ із перетворювачами в колах статора й ротора відповідає класичній машині подвійного живлення, в якій всі напруги, що підводяться, керовані.

Системи керування при цьому орієнтуються за загальним вектором. У якості такого вектора може бути обраний вектор потокозчеплення статора або ротора. При такій побудові силової частини ці вектори рівноцінні.

Практична робота 7. Структурно-алгоритмічний синтез систем керування та оптимізація енергетичних показників АВК.

При дослідженні електромагнітних процесів в асинхронній машині (АМ) широко використовується метод рухливих, орієнтованих за якимось вектором, ортогональних систем координат. Перехід до нової системи координат полягає в знаходженні функції $\omega_k = f(t)$, що дозволяє умовно розглядати нерухомим у площині цих координат вектор, що є визначальним для даної системи. Для визначення швидкості обертання системи координат ω_k необхідно, щоб позитивний напрямок дійсної осі координат завжди збігався з вектором, що визначає положення системи. Іншими словами, осі координат здійснюють у просторі ті переміщення, що здійснював би опорний вектор у системі нерухомих координат. Істотною перевагою системи координат, орієнтованою за узагальненим вектором, є спрощення визначення електромагнітного моменту машини змінного струму.

Рівняння електричної машини змінного струму в осях координат, які обертаються зі швидкістю ω_k , мають вигляд

$$\begin{aligned}\vec{U}_{s,uv} &= R_s \vec{I}_{s,uv} + \frac{d\vec{\Psi}_{s,uv}}{dt} + j\omega_k \vec{\Psi}_{s,uv}; \\ \vec{U}_{r,uv} &= R_r \vec{I}_{r,uv} + \frac{d\vec{\Psi}_{r,uv}}{dt} + j(\omega_k - \omega) \vec{\Psi}_{r,uv}; \\ \vec{\Psi}_{s,uv} &= L_s \vec{I}_{s,uv} + L_m \vec{I}_{r,uv}; \\ \vec{\Psi}_{r,uv} &= L_m \vec{I}_{s,uv} + L_r \vec{I}_{r,uv}.\end{aligned}$$

Ця система відрізняється від системи рівнянь асинхронного короткозамкненого двигуна наявністю напруг, які подаються з боку ротора U_{ru} і U_{rv} . У загальному випадку підключення до роторного кола АМ перетворювача частоти (ПЧ) утворить схему асинхронного вентильного каскаду (АВК) з можливістю формувати керуючі впливи окремо в кожній фазі обмотки ротора. При цьому регулюються всі характеристики результуючого вектора керуючої напруги ротора: амплітуда, частота і фаза.

При розв'язанні задач аналізу і побудови систем автоматичного керування доцільно подальше перетворення рівнянь для виключення з них максимально можливої кількості проміжних змінних. Відомі різні варіанти запису рівнянь, у яких присутні тільки змінні стану електромагнітних контурів, необхідні для визначення електромагнітного моменту машини. Інші змінні стану виключаються з рівнянь.

Після виключення векторів $\vec{\Psi}_r, \vec{I}_s$ і запису отриманих виразів у скалярній формі відносно перших похідних з урахуванням рівнянь руху й електромагнітного моменту, рівняння АВК в осях координат, орієнтованих за вектором $\vec{\Psi}_s$, приймають наступний вигляд:

$$p\omega = -\frac{3N^2 k_s}{2J} \Psi_s I_{rv} - \frac{N}{J} M_c;$$

$$pI_{rv} = \frac{k_s}{L_\delta} \Psi_s \omega - \frac{I_{rv}}{T_l''} + \omega I_{ru} - k_s R_s \frac{I_{rv} I_{ru}}{\Psi_s} - \left(\frac{I_{ru}}{\Psi_s} + \frac{k_s}{L_\delta} \right) U_s \sin \nu + \frac{U_{rv}}{L_\delta};$$

$$p\nu = \omega_0 - k_s R_s \frac{I_{rv}}{\Psi_s} - \frac{U_s \sin \nu}{\Psi_s};$$

$$p\Psi_s = -\frac{\Psi_s}{T_s} + \frac{L_m}{T_s} I_{ru} + U_s \cos \nu;$$

$$pI_{ru} = \frac{k_s}{T_s L_\delta} \Psi_s - \frac{I_{ru}}{T_l''} - \omega I_{rv} + k_s R_s \frac{I_{rv}^2}{\Psi_s} + \frac{I_{rv}}{\Psi_s} U_s \sin \nu - \frac{k_s}{L_\delta} U_s \cos \nu + \frac{U_{ru}}{L_\delta},$$

де ν – кут між вектором напруги статора $\vec{U}_s$ й опорним вектором потокозчеплення $\vec{\psi}_s$; $U_{sv} = U_s \sin \nu$, $U_{su} = U_s \cos \nu$ – проекції вектора $\vec{U}_s$ на осі ортогональної системи координат, орієнтованої за вектором $\vec{\psi}_s$; $T_s = L_s / R_s$; $T_l'' = L_\delta / R''$; $R'' = R_r + k_s^2 R_s$; $L_\delta = L_{r\sigma} + k_s L_{s\sigma}$; $p = d/dt$ – оператор диференціювання.

Використання силових транзисторів як цілком керованих ключів дозволяє реалізувати в ПЧ режим широтно-імпульсної модуляції. При цьому такі перетворювачі не містять кіл штучної комутації, дроселів для згладжування струмів і можуть узагалі не споживати реактивної потужності з мережі, працюючи з одиничним коефіцієнтом потужності. Тому останні рівняння містять тільки параметри, які відносяться безпосередньо до АМ, а дослідження роботи електропривода на базі АВК необхідно проводити з урахуванням експлуатаційних характеристик сучасних транзисторних перетворювачів і відсутності в них власних внутрішніх параметрів, здатних скільки-небудь істотно вплинути на параметри асинхронної машини.

Систему регулювання швидкості обертання і реактивної потужності АВК доцільно синтезувати з умови максимального використання **габаритної** потужності приводного двигуна. Ця вимога досягається зниженням **споживаної** ЕП реактивної потужності, що потребує виконання залежності для реактивної потужності кола статора

$$Q_s = \frac{3}{2} \text{Im}[\vec{U}_s \vec{I}_s^*] = \frac{3}{2} (U_{sv} I_{su} - U_{su} I_{sv}) = 0.$$

$$Q_s = \frac{3}{2} \Psi_s \omega_0 I_{su}.$$

З останньої формули видно, що в режимі компенсації **реактивної** потужності, споживаної двигуном з боку статора, необхідно забезпечити умову рівності нулю реактивної складової струму статора, тобто $I_{su} = 0$. Тоді слідують співвідношення для струмів:

$$I_{ru} = \frac{\Psi_s}{L_m}; \quad I_{sv} = -k_s I_{rv}; \quad I_{rv} = -\frac{2M_c}{3Nk_s \Psi_s}.$$

Відомо, що низький коефіцієнт потужності вентильного каскаду є основним **недоліком** цієї системи ЕП. З огляду на зазначену властивість АВК, сформуємо цільові функції, пошук екстремуму яких можна здійснити контуром екстремального регулювання при дотриманні умови (5.1). Для цього виразимо реактивну потужність ротора, обумовлену формулою

$$Q_r = \frac{3}{2} \text{Im}(\vec{U}_r \vec{I}_r^*) = \frac{3}{2} (U_{rv} I_{ru} - U_{ru} I_{rv}),$$

через регульовані змінні ЕП.

Компенсація реактивної потужності асинхронної машини в каскадній схемі **включення** полягає в тому, що потокозчеплення статора частково або цілком створюється реактивним **струмом** ротора. При цьому реактивна потужність у статорному колі зменшується, а в роторній збільшується. Однак реактивна потужність, викликана струмом ротора, що намагнічує, у силу пропорційності її ковзання в сталому режимі буде менше, ніж реактивна потужність, створена **струмом**, що намагнічує, з боку статора. Тому асинхронна машина з перетворювачем частоти в роторі є ефективним засобом регулювання реактивної потужності в мережі. При $I_{su} = 0$ коефіцієнт потужності статорного кола дорівнює одиниці і магнітний потік АМ цілком створюється реактивним струмом ротора.

Якщо перезбудити машину з боку ротора, забезпечивши значення струму $I_{ru} > \Psi_s / L_m$, то реактивна складова струму статора стане менше нуля ($I_{su} < 0$). При цьому вектор струму статора випереджає вектор живильної напруги і реактивна потужність зі статорного кола буде віддаватися в мережу. Таким чином, зміною реактивної складової струму ротора можна змінювати величину і характер реактивної потужності статора так само, як і в синхронній машині. Асинхронні машини в каскадній схемі включення, що сполучають у собі властивості асинхронних і синхронних машин, одержали за пропозицією М.М. Ботвініка назву асинхронізованих синхронних машин.

Активні потужності статора і ротора розраховуються за формулами:

$$P_s = \frac{3}{2} \text{Re}(\vec{U}_s \vec{I}_s^*) = \frac{3}{2} (U_{su} I_{su} + U_{sv} I_{sv});$$

$$P_r = \frac{3}{2} \text{Re}(\vec{U}_r \vec{I}_r^*) = \frac{3}{2} (U_{ru} I_{ru} + U_{rv} I_{rv}).$$

Вираз для активної потужності статора набуває вигляду

$$P_s = \frac{2R_s M_c^2}{3N^2 \Psi_s^2} + \frac{M_c \omega_0}{N}.$$

Активна потужність ротора визначається виразом

$$P_r = \frac{3R_r \Psi_s^2}{2L_m^2} + \frac{2R_r M_c^2}{3N^2 \Psi_s^2} + \frac{M_c}{N} (\omega - \omega_0).$$

Активна і реактивна потужності вважаються негативними, коли вони віддаються в мережу. Коефіцієнт потужності роторного кола обчислюється за формулою

$$\cos \varphi_r = \frac{P_r}{\sqrt{P_r^2 + Q_r^2}}.$$

Втрати активної потужності визначаються виразом

$$\Delta P = \frac{3R_r \Psi_s^2}{2L_m^2} + \frac{2M_c^2}{3N^2 \Psi_s^2} (R_s + R_r).$$

Кожний з перелічених виразів може розглядатися як функція якості сталих режимів роботи АВК. Зазначені співвідношення в загальному випадку є функціями трьох змінних: моменту навантаження, швидкості обертання вала і потокозчеплення двигуна.

Швидкість обертання стабілізується системою керування на рівні, обумовленому вимогами й умовами технологічного процесу. Момент на валу двигуна в сталому режимі визначається механічною характеристикою механізму. Тому досліджувати перелічені критерії якості на екстремум має сенс тільки як функції потокозчеплення Ψ_s , а рівність нулю похідних цільових функцій за потокозчепленням є єдиною умовою досягнення максимуму енергетичних показників працюючого електропривода.

З огляду на те, що втрати в магнітопроводі визначаються частотою напруги живлення і ковзанням машини, а механічні втрати- швидкістю обертання ротора, можна прийти до висновку, що мінімізація втрат у колах машини відповідає найбільшому значенню ККД електропривода. Шляхом розв'язання рівняння $\frac{d\Delta P}{d\Psi_s} = 0$ відносно потокозчеплення

статора, одержуємо такі його значення, при яких потужність втрат досягає мінімуму. Тоді екстремальне значення потоку знаходиться за формулою

$$\Psi_s = \sqrt[4]{\frac{4M_c^2 L_m^2 (R_s + R_r)}{9N^2 R_r}}.$$

Для найбільш ймовірних навантажень $M_c = (0,4...1)M_n$ мінімум втрат досягається на нелінійній ділянці характеристики намагнічування, де формули, отримані для двигуна з лінійною характеристикою намагнічування, дають завищені в 1,5...3 рази значення потоку двигуна. Такий потік не може бути досягнутий внаслідок насичення сталі. По цій же причині в результаті різкого збільшення струму намагнічування втрати при значному зростанні потоку перевершать не тільки мінімальні, але і номінальні. Зі сказаного випливає, що при синтезі алгоритмів екстремального керування необхідно враховувати вплив потоку двигуна на його параметри.

Практична робота 8. Енергоефективні електромеханічні системи в технологічних процесах та промислових агрегатах.

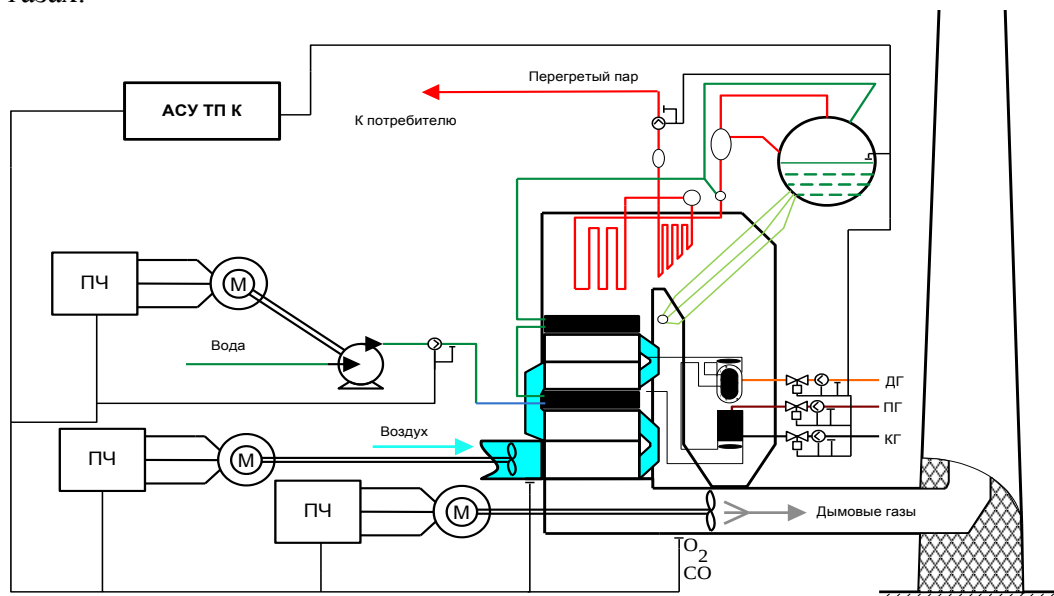
Парові котлоагрегати є потужними споживачами органічних енергоресурсів, тому підвищення їх енергетичної ефективності сприяє підвищенню рівня енергетичної незалежності держави.

Застосування на таких агрегатах керованих електроприводів дуттьових вентиляторів, димососів та мережних насосів живильної води дозволяє суттєво знизити споживання електричної енергії на власні потреби, але підвищення коефіцієнту корисної дії процесу спалювання органічного палива шляхом оптимального керування електроприводами тягодуттьових механізмів за вмістом надлишкового кисню та слідів газів недопалу в димових газах котла забезпечує значно більший економічний ефект.

На рисунку наведено функціональну схему автоматизованої системи керування (АСК) багатопаливного агрегату, яка синтезована в результаті розв'язання задачі аналітичного конструювання регуляторів з використанням модифікованого принципу симетрії. Функціональна схема ілюструє взаємозв'язки між давачами технологічних параметрів котлоагрегату, контролером керування та частотно-керованими електроприводами мережного насосу живильної води, дуттьового вентилятора та димососу. Таким чином,

економічна ефективність котлоагрегату підвищується шляхом комплексної автоматизації усіх його підсистем з використанням частотно-керованих електроприводів.

Такі автоматизовані системи керування безперервно вимірюють за допомогою датчиків, встановлених на котлі, сигнали витрат природного газу і повітря, вмісту надлишкового кисню та слідів окису вуглецю в димових газах, тиску повітря, розрядження в димовому тракті та фактичної продуктивності котла, вводять їх до контролера, який формує сигнали завдання на швидкості обертання частотно-регульованих електроприводів вентиляторів загального повітря та димососів, підтримуючи оптимальний за максимумом коефіцієнта корисної дії котла вміст надлишкового кисню та слідів окису вуглецю в димових газах.



Функціональна схема АСК багатопаливного котлоагрегату

Використання автоматизованих систем керування з частотно-регульованими електроприводами тяго-дутьових механізмів, розробка яких захищена патентом України на корисну модель № 36015 «Спосіб автоматичного керування, контролю, захисту та сигналізації котлоагрегату», на двох котлоагрегатах БКЗ-220-100Ф продуктивністю 220 тон пари на годину тиском 100 атм. та температурою 560°C ТЕЦ ПАТ «ДНІПРОАЗОТ» м. Дніпродзержинськ дозволило забезпечити економію споживання природного газу в обсязі 2815,6 тис.м³/рік, або протягом 2006-2014 років 25340,4 тис. м³, і щорічну економію електроенергії в обсязі 3821 тис.кВт·год, або протягом 2006-2014 років 1139200 тис.кВт·год. Сумарний економічний ефект, отриманий протягом 2006-2014 років складає 62275794 (шістдесят два мільйони двісті сімдесят п'ять тисяч сімсот дев'яносто чотири) гривні, в тому числі 10252800 (десять мільйонів двісті п'ятдесят дві тисячі вісімсот) гривень за рахунок економії електроенергії та 52022994 (п'ятдесят два мільйони двадцять дві тисячі дев'ятсот дев'яносто чотири) гривні за рахунок економії природного газу, що підтверджено відповідним актом впровадження.

В народному господарстві України експлуатується 4842 котлоагрегати середньої та 41743 малої потужності, переважна більшість яких не оснащена системами оптимального за максимумом енергоефективності керування спалюванням твердого і газоподібного палива. Широке впровадження таких систем сприятиме підвищенню рівня енергетичної незалежності держави

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

1. Конспект лекцій з дисципліни «Енергоефективні автоматизовані електротехнічні та електромеханічні комплекси та системи широкого технологічного призначення»/Укладач Садовой О.В. –Дніпро. НУ «Дніпровська політехніка», 2021. – 207 с.
2. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами/ А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина:Под. ред. А.В.Садового.-К.:ИСИМО, 1996.-298 с., ил.
3. Релейные системы оптимального управления электроприводами/ А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина, А.Л.Дерец: Под. ред. А.В.Садового.- Днепродзержинск, 2011.-337 с., 164 ил.
- 4.Енергоефективні електромеханічні системи широкого технологічного призначення. Монографія/ Загірняк М.В., Клепиков В.Б., Ковбаса С.М., Михальський В.М., Пересада С.М., Садовой О.В., Шаповал І.А. –Київ, Інститут електродинаміки НАН України, 2018. – 310 с.
5. Системы керування асинхронними вентильними каскадами. Монографія/ О.В.Клюєв, О.В.Садовой, Ю.В.Сохіна. – Кам'янське: ДДТУ, 2018.- 294 с.
6. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. – М.: Наука, 1981. - 256 с.
7. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели. - М.: Наука, 1987. – 304 с.
8. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
9. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. – М.: Машиностроение, 1970. – 240 с.
10. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления.– М.: Наука, 1981. – 367с.

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни «Енергоефективні автоматизовані електротехнічні та електромеханічні комплекси та системи широкого технологічного призначення» для здобувачів освітньо-наукової програми третього рівня вищої освіти (підготовка докторів філософії) спеціальності 141- Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

Укладач Садовой Олександр Валентинович, доктор техн..наук, професор